দ্বিতীয় খণ্ড

পরিমাপ ও পরিসংখ্যান

শিক্ষায় পরিমাপ (Measurement sn Education)

মনোবিজ্ঞানের দিক দিয়ে শিক্ষার লক্ষ্য হল অনভিজ্ঞ ব্যক্তিকে পরিবর্তিত ও নূতন পরিবেশে সঙ্গতিবিধানের জন্য নূতন আচরণ শেখান। কিন্তু কেবল শিক্ষাদান করেই শিক্ষকের কাজ শেষ হয়ে যায় না। তার পরের আর একটি অতি প্রয়োজনীয় কাজ হল শিক্ষার্থী সে শিক্ষা সত্যই গ্রহণ করতে পেরেছে কি না এবং যদি পেরে থাকে তাহলে কি পরিমাণে বা কত মাত্রায় সে শিক্ষা সে গ্রহণ করেছে তা দেখা। শিক্ষক যদি এই তথ্যটি জানতে না পারেন তাহলে তাঁর প্রচেষ্টার ফলাফল ও কার্যকারিতা সম্বন্ধে তিনি সব সময়েই অন্ধকারে থাকবেন এবং সমগ্র শিক্ষা-প্রক্রিয়ার উদ্দেশ্যই অনিশ্চিত থেকে যাবে। কেবল ব্যক্তিগত ভাবে শিক্ষকই যে শিক্ষার ফলাফল জানতে আগ্রহশীল তা নয়। শিক্ষার্থী যে সমাজে বাস করে সে সমাজও শিক্ষার্থীর শিক্ষার অগ্রগতি সম্বন্ধে বিশেষভাবে সচেতন, কেন না, সমাজের অস্তিত্ব ও অগ্রগতি দুই-ই সমাজের অপরিণত নাগরিকদের শিক্ষার উপরই সম্পূর্ণভাবে নির্ভরশীল।

এই সব কারণেই যে দিন থেকে মানবসমাজে সুপরিকল্পিত শিক্ষা দেবার প্রথা প্রচলিত হয়েছে সেদিন থেকেই পাশাপাশি দেখা দিয়েছে শিক্ষা পরিমাপের পদ্ধতিটি। সব দেশের বিদ্যালয় এবং বিভিন্ন শিক্ষা প্রতিষ্ঠানে পরীক্ষাগ্রহণের পদ্ধতিটি বহু প্রাচীন কাল থেকেই চলে আসছে এবং পিতামাতা, শিক্ষক, বিদ্যালয় কর্তৃপক্ষ, জনসমাজ সকলেই মনে করেন যে শিক্ষার পূর্ণতা বা পরিসমাপ্তি পরীক্ষা গ্রহণেই ঘটে।

শিক্ষায় পরীক্ষা গ্রহণকে অপরিহার্য বলে স্বীকার করা হলেও প্রচলিত পরীক্ষা গ্রহণের পদ্ধতিটি নানা দিক দিয়ে গুরুতরভাবে ত্রুটিপূর্ণ বলে বর্তমানে প্রমাণিত হয়েছে। সেজন্য গতানুগতিক পরীক্ষাগ্রহণ পদ্ধতিটির পরিবর্তে আধুনিক কালে নূতন ও উন্নত ধরনের পরিমাপ পদ্ধতির প্রচলন করা হয়েছে। এগুলিকে বিষয়মুখী বা নৈর্ব্যক্তিক (Objective) অভীক্ষা নাম দেওয়া হয়েছে। গতানুগতিক পরীক্ষাগুলি রচনাধর্মী অর্থাৎ এই সব পরীক্ষার প্রশ্নগুলির উত্তর দিতে হয় দীর্ঘ রচনার আকারে। ফলে যিনি পরীক্ষক তাঁর ব্যক্তিগত মনোভাব, রুচি, পছন্দ, অপছন্দ এমন কি শারীরিক অবস্থা এবং মেজাজও পরীক্ষার ফলাফলকে নানা দিক দিয়ে প্রভাবিত করে। সেইজন্য এই রচনাধর্মী পরীক্ষাগুলি কোন দিক দিয়েই নির্ভরযোগ্য হতে পারে না। অপ রদিকে আধুনিক অভীক্ষাগুলি এমনভাবে তৈরী করা হয় যাতে সেগুলির উত্তর সব সময় একই এবং সুনির্দিষ্ট থাকে। তার ফলে পরীক্ষকের কোন ব্যক্তিগত বৈশিষ্ট্য কোন দিক দিয়েই পরীক্ষার ফলাফলকে প্রভাবিত করতে পারে না। এইজন্য

এগুলিকে নৈর্ব্যক্তিক বা ব্যক্তিগত-প্রভাবশূন্য অভীক্ষা বলা হয়। কিন্তু গতানুগতিক পরীক্ষাপদ্ধতি অত্যন্ত ত্রুটিপূর্ণ হলেও শিক্ষার ক্ষেত্র থেকে সেটিকে নানা কারণে সম্পূর্ণভাবে বিসর্জন দেওয়া এখনও সম্ভব হয় নি। তবে আধুনিক অভীক্ষার যেভাবে দ্রুত উন্নতি ঘটছে, তাতে আশা করা যায় যে অদূর ভবিষ্যতে এই নৈর্ব্যক্তিক অভীক্ষাগুলি শিক্ষামূলক পরিমাপের সমগ্র ক্ষেত্রটিই অধিকার করতে পারবে।

ব্যক্তির পরিমাপ (Assessment of the Individual)

সাধারণভাবে বলতে গেলে সমস্ত পরিমাপের বিষয়বস্তু হল শক্তি বা কর্মদক্ষতা। অর্থাৎ কোনও ব্যাপারে বা কাজে একজনের কতটা শক্তি বা দক্ষতা আছে তা নিরূপণ করাই পরিমাপের উদ্দেশ্য। যেমন, কোন ব্যক্তি কত ভারি জিনিস একবারে তুলতে পারে, কত তাড়াতাড়ি দৌড়তে পারে, কত নির্ভুলভাবে অঙ্ক কষতে পারে, কত নিখুঁত ও দ্রুত টাইপ করতে পারে বা কতটা পড়া একটি নির্দিষ্ট সময়ে শিখতে পারে, কত শক্ত সমস্যার সমাধান করতে পারে কিংবা কতটা সাফল্যজনক ভাবে পরিবর্তিত পরিবেশে নিজেকে খাপ খাওয়াতে পারে—এই ধরনের বিশেষ বিশেষ কাজে ব্যক্তির উৎকর্ষ বা দক্ষতা নির্ণয় করাই আধুনিক অভীক্ষাগুলির উদ্দেশ্য। এই শ্রেণীর অভীক্ষাগুলির দ্বারা একটি বা একাধিক দৈহিক বা মানসিক শক্তির পরিমাপ করা হয়ে থাকে। এখানে একটি কথা বিশেষভাবে মনে রাখতে হবে যে সব পরিমাপের বিষয়বস্তু একটি শক্তি হলেও সরাসরি শক্তিটিকে পরিমাপ করার মত কোন যন্ত্র বা উপকরণ আমাদের নেই। কোন একটি বিশেষ কাজ সম্পাদনের মাধ্যমেই ব্যক্তির শক্তির পরিমাপ করাই হল আমাদের পরিমাপের একমাত্র পদ্ধতি। ধরা যাক, আমরা একজনের বুদ্ধির পরিমাপ করতে চাই। সরাসরি ব্যক্তিটির বুদ্ধির পরিমাপ করার কোন উপায় আমাদের জানা নেই। সেইজন্য প্রচলিত বুদ্ধির অভীক্ষায় ব্যক্তিকে কতকগুলি বিশেষ বিশেষ সমস্যার সমাধান করতে বা কতকগুলি বিশেষধর্মী প্রশ্নের উত্তর দিতে নির্দেশ দেওয়া হয় এবং তার ঐ সমস্যাগুলির সমাধান বা ঐ প্রশ্নগুলির উত্তর দানের উৎকর্ষের বিচার করে নির্ণয় করা হয় যে তার কতটা বুদ্ধি আছে। অর্থাৎ এক কথায় বুদ্ধির পরিমাপ সরাসরি করা সম্ভব নয়, বুদ্ধির পরিমাপ করা হয় কতকগুলি বিশেষ আচরণ সম্পাদনের মান ও প্রকৃতির বিচার করে। বুদ্ধির মত আর সমস্ত মানসিক শক্তির পরিমাপের ক্ষেত্রেও একই কথা প্রযোজ্য। এক কথায় সমস্ত শক্তি বা দক্ষতার পরিমাপ প্রত্যক্ষভাবে করা যায় না, পরোক্ষভাবেই করা হয়ে থাকে।

শক্তি বা কর্মক্ষমতাকে মোটামুটিভাবে দু'শ্রেণীতে ভাগ করা যায়, অর্জিত (Acquired) এবং সহজাত (Inherited)। সেদিক দিয়ে পরিমাপ যন্ত্র বা অভীক্ষা-

গুলিকে আমরা মোটামুটি দু'ভাগে ভাগ করতে পারি, প্রথম, অর্জিত জ্ঞান বা দক্ষতার অভীক্ষা এবং দ্বিতীয়, সহজাত শক্তির অভীক্ষা।

আর এক ধরনের অভীক্ষা আছে যেগুলির দ্বারা কোন দৈহিক বা মানসিক শক্তির পরিমাপ করা হয় না। সেগুলির দ্বারা প্রধানত কোন বিশেষধর্মী মানসিক ও প্রকৃতিগত বৈশিষ্ট্যের পরিমাপ করা হয়ে থাকে। এই শ্রেণীর অভীক্ষার মধ্যে পড়ে আগ্রহের অভীক্ষা (Interest Test), মনোভাবের অভীক্ষা (Attitude Test), ব্যক্তিসত্তার অভীক্ষা (Personality Test) ইত্যাদি।

১। অর্জিত জ্ঞান বা দক্ষতার অভীক্ষা

(Test of Acquired Knowledge or Skill)

যে সব জ্ঞান ও দক্ষতা আমাদের অর্জিত সেগুলি পরিমাপের যে সব উপকরণ, সেগুলিকে আমরা অর্জিত জ্ঞান বা দক্ষতার অভীক্ষা (Attainment Test or Achievement Test) বলে থাকি। সাধারণত এই ধরনের অভীক্ষার দ্বারা স্কুল-কলেজ প্রভৃতি শিক্ষায়তনের শিক্ষার্থীদের অর্জিত জ্ঞান বা দক্ষতার পরিমাপ করা হয় বলে এগুলিকে শিক্ষাশ্রয়ী অভীক্ষা (Educational Test) নামও দেওয়া হয়ে থাকে।

শিক্ষাশ্রয়ী অভীক্ষা (Educational Test)

মনে করা যাক কোন বিদ্যালয়ের সপ্তম শ্রেণীর ছাত্রেরা ইতিহাসে বা ইংরাজীতে কতটা জ্ঞান আহরণ করল তা জানার জন্য একটি অভীক্ষা তৈরী করা হল। এটিকে আমরা অর্জিত জ্ঞানের অভীক্ষা বলব। অর্জিত জ্ঞানের অভীক্ষা সাধারণত বিভিন্ন পাঠ্যবিষয়ের উপর তৈরী হয়ে থাকে এবং বিভিন্ন শ্রেণী (Class or Grade) অনুযায়ী সেগুলি বিভিন্ন প্রকৃতির ও মানের হয়ে থাকে। যেমন, সপ্তম শ্রেণীর ইতিহাসের অভীক্ষা বা নবম শ্রেণীর ইংরাজীর অভীক্ষা বা কলেজে ডিগ্রী কোর্সের অর্থনীতি বা মনোবিজ্ঞানের অভীক্ষা ইত্যাদি। তবে অনেক সময় স্কুলের বিভিন্ন শ্রেণীর অভীক্ষা একসঙ্গে সামগ্রিকভাবে অর্থাৎ পর পর কতকগুলি শ্রেণীকে একত্রিত করেও তৈরী করা হয়ে থাকে।

যদিও তত্ত্বের দিক দিয়ে সহজাত শক্তি ও অর্জিত শক্তি পৃথকধর্মী তবু বাস্তব ক্ষেত্রে এই দুটি শক্তি কখনও পৃথকভাবে অভিব্যক্ত হয় না এবং পৃথকভাবে তাদের পরিমাপ করাও সম্ভব হয় না। কেননা সহজাত শক্তিকে কোন ক্ষেত্রেই অর্জিত দক্ষতা বা জ্ঞানের মাধ্যম ছাড়া প্রকাশ করা সম্ভব নয়। তার কারণ হল যে কোন প্রকার কাজকর্ম করতে না শিখলে কোন শক্তিকেই বাইরে ব্যক্ত করা যায় না। তেমনই আবার অর্জিত জ্ঞান

বা দক্ষতা মাত্রেই সহজাত শক্তির প্রয়োগের উপর নির্ভরশীল। কারণ, বিভিন্ন সহজাত শক্তির সাহায্য ছাড়া কোন জ্ঞান বা দক্ষতা অর্জন করাই যায় না। অতএব সমস্ত অভীক্ষাই আংশিক সহজাত শক্তি ও আংশিক অর্জিত শক্তির মিশ্রিত ফল পরিমাপ করে থাকে। অর্জিত জ্ঞানের পরিমাপ আবার দু'রকমের হতে পারে। প্রথম, প্রচলিত গতানুগতিক পরীক্ষা অর্থাৎ যে সব রচনাধর্মী পরীক্ষা কলেজে বহুদিন ধরে শিক্ষকেরা শিক্ষার্থীদের জ্ঞান ও বিদ্যা পরিমাপ করার জন্য প্রয়োগ করে আসছেন। দ্বিতীয়, আধুনিক বিষয়মুখী বা নৈর্ব্যক্তিক (Objective) অভীক্ষা যেগুলি মনোবিজ্ঞানীরা আধুনিক কালে তৈরী করেছেন প্রচলিত গতানুগতিক পরীক্ষার দোষত্রুটিগুলি দূর করার জন্য। গতানুগতিক পরীক্ষাগুলির মধ্যে নানা পার্থক্য থাকলেও গঠন ও প্রস্তুতির দিক দিয়ে সেগুলি সর্বত্রই এক প্রকার। এগুলির দ্বারা সাধারণ পাঠক্রমের অন্তর্গত বিভিন্ন বিষয়গুলির উপর কতটা জ্ঞান বা পারদর্শিতা শিক্ষার্থী অর্জন করল তার পরিমাপ করা হয়ে থাকে। যেমন, ইংরাজী ভাষার পরীক্ষা, ইতিহাসের পরীক্ষা, ভূগোলের পরীক্ষা ইত্যাদি।

গতানুগতিক পরীক্ষাগুলির নানা দোষ থাকায় এবং সেগুলি থেকে প্রাপ্ত ফলাফল অসম্পূর্ণ ও মারাত্মকভাবে ত্রুটিপূর্ণ হওয়ার জন্য মনোবিজ্ঞানীরা নতুন ধরনের আধুনিক বিষয়মুখী অভীক্ষা (New-Type Objective Test) তৈরী করেছেন। বস্তুত গতানুগতিক পরীক্ষা ও আধুনিক অভীক্ষার মধ্যে উদ্দেশ্য বা প্রকৃতির দিক দিয়ে কোন পার্থক্য নেই। উভয়ের দ্বারাই ব্যক্তির অর্জিত জ্ঞান বা দক্ষতার পরিমাপ করা হয়। পার্থক্য যা, তা হল পদ্ধতি এবং সংগঠনের দিক দিয়ে। এই সমস্ত অভীক্ষাই আবার দু'প্রকারের হতে পারে, মাননির্ণীত বা আদর্শায়িত (Standardised) এবং অ-মাননির্ণীত (Unstandardised)। মান-নির্ণীত বা আদর্শায়িত অভীক্ষা বলতে বোঝায় যে অভীক্ষাটির এমন একটি মান বা নর্ম (Norm) নির্ণয় করা হয়েছে যার সাহায্যে সমস্ত অভীক্ষার্থীর কৃতিত্বের একটি তুলনামূলক বিচার করা সম্ভব হতে পারে। অভীক্ষাটি যদি মাননির্ণীত বা আদর্শায়িত না হয় তাহলে তা থেকে প্রাপ্ত ফলাফলের মান বিশেষ একটি ক্ষেত্রে প্রযোজ্য হতে পারে কিন্তু সর্বজনীনভাবে তা প্রযোজ্য হয় না। আর আদর্শায়িত বা মাননির্ণীত অভীক্ষার সুবিধা হল এই যে এর সর্বজনীন মান বা নর্মের সঙ্গে যে কোন অভীক্ষার্থীর সাফল্যের তুলনা করা চলে এবং ঐ তুলনার দ্বারা তার সাফল্যের বা কৃতিত্বের যথাযথ সংব্যাখ্যান দেওয়া সম্ভব হয়। আধুনিক শিক্ষাশ্রয়ী অভীক্ষাগুলির প্রধানতম বৈশিষ্ট্যই হল যে এগুলি আদর্শায়িত বা মাননির্ণীত।

শিক্ষাশ্রয়ী অভীক্ষার শ্রেণীবিভাগ

আধুনিক আদর্শায়িত শিক্ষাশ্রয়ী অভীক্ষাগুলি নানা প্রকৃতির হতে পারে। প্রথমত-

স্কুল কলেজের বিভিন্ন পাঠ্যবিষয়ের উপর অভীক্ষা গঠিত হতে পারে, যেমন ইংরাজীর অভীক্ষা বা বাংলার অভীক্ষা ইত্যাদি। এছাড়া পঠন অভীক্ষা (Reading Test), শব্দমালা অভীক্ষা (Vocabulary Test), সংবোধন অভীক্ষা (Comprehension Test), বানান অভীক্ষা (Spelling Test), হস্তলিপি অভীক্ষা (Handwriting Test) ইত্যাদি পাঠক্রমের অন্তর্গত নানা বিষয়ের উপর শিক্ষাশ্রয়ী অভীক্ষা তৈরী করা হয়েছে।

দ্বিতীয়ত, আধুনিক শিক্ষাশ্রয়ী অভীক্ষাগুলিকে আবার ব্যক্তিগত (Individual) অভীক্ষা এবং যৌথ (Group) অভীক্ষা—এই দু'শ্রেণীতে ভাগ করা যায়।[1] ব্যক্তিগত অভীক্ষা বিভিন্ন অভীক্ষার্থীর উপর ব্যক্তিগতভাবে বা স্বতন্ত্রভাবে প্রয়োগ করা হয় এবং যৌথ অভীক্ষা একসঙ্গে অনেকের উপর প্রয়োগ করা যায়। প্রত্যেক ব্যক্তির উপর স্বতন্ত্র-ভাবে প্রয়োগ করতে হয় বলে ব্যক্তিগত অভীক্ষার প্রয়োগে অনেক সময় এবং পরিশ্রম লাগে। কিন্তু একসঙ্গে বহুসংখ্যক অভীক্ষার্থীর উপর যৌথ অভীক্ষা প্রয়োগ করা যায় বলে যৌথ অভীক্ষার সময় ও শ্রম উভয়েরই প্রচুর পরিমাণে সাশ্রয় হয়। যেমন, যদি একটি ব্যক্তিগত অভীক্ষা একজন অভীক্ষার্থীর উপর প্রয়োগ করতে ১ ঘণ্টা সময় লাগে তবে ৩০ জন অভীক্ষার্থীকে পরীক্ষা করতে ৩০ ঘণ্টা সময় লাগবে। কিন্তু যৌথ অভীক্ষার ক্ষেত্রে ৩০ জন অভীক্ষার্থীর উপর একসঙ্গে অভীক্ষাটি প্রয়োগ করা সম্ভব বলে ৩০ ঘণ্টার কাজটি ১ ঘণ্টায় শেষ করা যায়। যৌথ অভীক্ষার এই বিরাট সুবিধার জন্য আধুনিক কালে অধিকাংশ শিক্ষাশ্রয়ী অভীক্ষাই যৌথ অভীক্ষাধর্মী।

সহজাত শক্তির অভীক্ষা (Test of Inherited Ability)

সহজাত শক্তিকে আমরা মোটামুটি দু'ভাগে ভাগ করতে পারি, সাধারণধর্মী (General) শক্তি ও বিশেষধর্মী (Specific) শক্তি। সাধারণধর্মী শক্তি বলতে বোঝায় সেই শক্তি যা আমাদের সমস্ত কাজের পেছনেই কিছু না কিছু পরিমাণে নিয়োজিত হয়ে থাকে। একেই আমরা সাধারণ ভাষণে বুদ্ধি নাম দিয়ে থাকি। সেই জন্য সহজাত সাধারণধর্মী শক্তির অভীক্ষাগুলি সচরাচর বুদ্ধির অভীক্ষা (Intelligence Test) নামে পরিচিত।

বিনে-সাইমন স্কেল (Binet-Simon Scale)

সার্থক বুদ্ধির অভীক্ষা প্রথম সৃষ্টি করার কৃতিত্ব আলফ্রেড বিনে (Alfred Binet) নামে একজন ফরাসী মনোবিজ্ঞানীর। তাঁর অভীক্ষাটি বিনে-সাইমন স্কেল

1. বুদ্ধির পরিমাপ ঃঃ পৃঃ ৮০—পৃঃ ৯০ (১ম খণ্ড)

(Binet-Simon Scale) নামে খ্যাত।[1] বিনের তৈরী অভীক্ষাটিই প্রথম সাফল্য-জনকভাবে বুদ্ধির পরিমাপ করতে সমর্থ হয় এবং কালক্রমে বিভিন্ন দেশে তাঁর অভীক্ষাটিই বুদ্ধি পরিমাপের আদর্শ উপকরণরূপে গৃহীত হয়।

প্রথমে ১৯১৬ সালে এবং পরে ১৯৩৭ সালে আমেরিকান মনোবিজ্ঞানী টারমান ও মেরিল বিনের স্কেলটির ইংরাজী অনুবাদ করেন এবং ১৯৬০ সালে এর একটি বিশেষভাবে পরিমার্জিত ও পরিবর্ধিত সংস্করণ প্রকাশ করেন। এই নতুন অভীক্ষাটির নাম বিনে-সাইমন স্কেলের ষ্ট্যানফোর্ড সংস্করণ (Stanford Revision)। বর্তমানে এই সংস্করণটি ইংরাজী ভাষাভাষী দেশগুলিতে ব্যাপকভাবে ব্যবহৃত হয়ে থাকে।

বিনের স্কেলটি প্রকাশিত হবার পর নানা দেশের মনোবিজ্ঞানীরা নানা বিভিন্ন শ্রেণীর বুদ্ধির অভীক্ষা তৈরী করতে থাকেন। সেগুলির মধ্যে প্রায় সবগুলিই বিনের অভীক্ষার মৌলিক নীতি ও পদ্ধতির উপর প্রতিষ্ঠিত। তবে একথা অনস্বীকার্য যে এই সব মনোবিজ্ঞানীদের গবেষণা ও প্রচেষ্টার ফলে বর্তমানে আধুনিক বুদ্ধির অভীক্ষার যথেষ্ট উন্নতি সংঘটিত হয়েছে।

ভাষাভিত্তিক অভীক্ষা ও ভাষাবর্জিত অভীক্ষা
(Verbal Test & Non-Verbal Test)

বর্তমানে প্রচলিত বুদ্ধির অভীক্ষাগুলিকে সংগঠনের দিক নিয়ে দু'শ্রেণীতে ভাগ করা যায়। যথা—ভাষাভিত্তিক (Verbal) এবং ভাষাবর্জিত (Non-Verbal) অভীক্ষা। ভাষাভিত্তিক অভীক্ষাতে নানাভাবে ভাষার ব্যবহার করা হয়ে থাকে। প্রথমত, সেগুলিতে প্রশ্ন বা সমস্যাগুলি ভাষার মাধ্যমেই প্রকাশ করা হয়ে থাকে। দ্বিতীয়ত, নির্দেশ যা দেওয়া হয় তাও ভাষার সাহায্যেই দেওয়া হয়। তৃতীয়ত, এমন অনেক প্রশ্ন বা সমস্যা থাকে যেগুলির সমাধান অনেকাংশে বা পূর্ণভাবে ভাষামূলক জ্ঞানের উপরই নির্ভর করে। ফলে এই ধরনের অভীক্ষায় সাফল্য লাভ করতে হলে অভীক্ষার্থীর যথেষ্ট পরিমাণে ভাষামূলক দক্ষতা থাকা প্রয়োজন। বিনে-সাইমন স্কেল এবং তার বিভিন্ন অনুবাদ ও সংস্করণগুলি এই ধরনের ভাষাভিত্তিক অভীক্ষা।

কিন্তু এমন অনেক ক্ষেত্র আছে যেখানে ভাষাভিত্তিক অভীক্ষা প্রয়োগ করে উপযুক্ত ফল পাবার আশা করা যায় না। যেমন, ছোট ছোট ছেলেমেয়ে, বিদেশী ব্যক্তি বা ভাষাজ্ঞানের দিক দিয়ে যারা দুর্বল প্রকৃতির, তাদের ক্ষেত্রে ভাষাভিত্তিক অভীক্ষার দ্বারা সুবিচার করা যেতে পারে না। সেইজন্য আধুনিক মনোবিজ্ঞানীরা এক ধরনের ভাষাবর্জিত বুদ্ধির অভীক্ষা তৈরী করেছেন। এই শ্রেণীর অভীক্ষায় সমস্যাগুলি ভাষার দ্বারা গঠিত হয় না। অসম্পূর্ণ নক্সা, আংশিক ছবি বা নানা

1. বুদ্ধির পরিমাপ :: পৃঃ ৮০—পৃঃ ৯০ (১ম খণ্ড)

আকৃতির চিহ্ন দিয়ে তৈরী অসম্পূর্ণ সারি (Series) প্রভৃতি সম্পূর্ণকরণের সমস্যা দিয়েই এই ধরনের অভীক্ষাগুলি মূলত তৈরী হয়ে থাকে। ভাষাবর্জিত অভীক্ষাগুলিতে ভাষার ব্যবহারকে অনেকাংশে বাদ দেওয়া সম্ভব হলেও নির্দেশ দানের ক্ষেত্রে ভাষাকে একেবারে বাদ দেওয়া চলে না। সমস্যাগুলি দৃষ্টান্ত দিয়ে বুঝিয়ে দেওয়া এবং অভীক্ষার্থীকে কি করতে হবে তা জানানো ভাষার সাহায্য ছাড়া সম্ভব হয় না। একথা সত্য যে এই সব ক্ষেত্রে ভাষার ব্যবহার একান্তই অপরিহার্য এবং সেই জন্য এই ধরনের অভীক্ষায় যতটা অল্প ও সহজবোধ্য ভাষার ব্যবহার করা যায় সেদিকে অভীক্ষককে বিশেষ মনোযোগ দিতে হয়। প্রথম মহাযুদ্ধে আমেরিকার সৈন্যবাহিনীতে যে সব ইংরাজী ভাষায় অনভিজ্ঞ বিদেশীদের ভর্তি করা হয়েছিল তাদের বুদ্ধির পরিমাপের জন্য আর্মি বিটা (Army Beta) নামে একটি ভাষাবর্জিত (Non-Verbal) যৌথ অভীক্ষা (Group Test) তৈরী করা হয়েছিল।

আর্মি বিটা অভীক্ষা (Army Beta Test)

আর্মি বিটা অভীক্ষাটিতে নীচের সাত রকম ভাষাবর্জিত সমস্যা দেওয়া হয়েছে।

(ক) গোলকধাঁধা ঃ কাগজে আঁকা গোলকধাঁধায় পেন্সিলের সাহায্যে পথ বার করা।

(খ) ঘনক্ষেত্র বিশ্লেষণ (Cube Analysis) ঃ একস্তূপ ঘনক্ষেত্রের মধ্যে কটি ঘনক্ষেত্র আছে তা নির্ণয় করা।

(গ) X—O সারি ঃ X এবং O দিয়ে গঠিত নানা সম্মেলনের অসম্পূর্ণ সারি সম্পূর্ণ করা।

(ঘ) সংখ্যা প্রতীক (Digit Symbol) ঃ সংকেতলিপি (Code) প্রণয়ন বা বিশেষ একটি সাংকেতিক নির্দেশ (Key) অনুযায়ী কতকগুলি সংখ্যাকে প্রতীক দিয়ে প্রকাশ করা।

(ঙ) সংখ্যা মিল করা ঃ ৩ থেকে ২২ সংখ্যা দিয়ে তৈরী অনেকগুলি অঙ্কের মধ্যে কোন্‌টির সঙ্গে কোন্‌টির মিল তা নির্ণয় করা।

(চ) চিত্র সম্পূর্ণকরণ ঃ অসম্পূর্ণ ছবি সম্পূর্ণ করা।

(ছ) জ্যামিতিক অঙ্কন ঃ কতকগুলি রেখা এমনভাবে টানতে হবে যাতে চিত্রটি একটি প্রদত্ত বিশেষ জ্যামিতিক ক্ষেত্রের আকার ধারণ করে।

আর্মি বিটা ছাড়াও উল্লেখযোগ্য ভাষাবর্জিত অভীক্ষার মধ্যে পিণ্টনার নন-ল্যাঙ্গুয়েজ টেস্ট (Pintner Non-Language Test), চিকাগো নন-ভার্বাল এগ্‌জামিনেসান (Chicago Non-Verbal Examination) ইত্যাদির নাম করা যায়।

এ ছাড়াও মনোবৈজ্ঞানিক অভীক্ষাগুলিকে আবার আর এক দিক দিয়ে দু'শ্রেণীতে ভাগ করা যায়, যথা—কাগজ-কলম-নির্ভর বা লিখনধর্মী অভীক্ষা (Paper-Pencil Test) ও সম্পাদনী অভীক্ষা (Perfomance Test)। যে সব অভীক্ষার উত্তর নিছক কাগজ কলমে লিখে দেওয়া যায় এবং যেগুলিতে কোন কাজ সম্পন্ন করার প্রয়োজন হয় না, সেগুলিকে কাগজ-কলম নির্ভর বা লিখনধর্মী অভীক্ষা নাম দেওয়া হয়েছে। বিনে-সাইমন-স্কেল, আর্মি আলফা স্কেল ইত্যাদি অভীক্ষাগুলি কাগজ-কলম-নির্ভর বা লিখনধর্মী অভীক্ষা।

সম্পাদনী অভীক্ষা (Performance Test)

আধুনিক কালে আর এক ধরনের নতুন ভাষাবর্জিত অভীক্ষা গড়ে উঠেছে যেগুলিতে কাগজ কলমে লেখার কোন প্রয়োজন হয় না। এই অভীক্ষাগুলিতে মূর্ত বস্তুর সাহায্যে কোন কিছু তৈরী করা, কোন অসম্পূর্ণ বস্তু সম্পূর্ণ করা কিংবা কোন মূর্তধর্মী সমস্যার সমাধান করা প্রভৃতি কাজের মধ্যে দিয়ে অভীক্ষার্থীর সাফল্য বা কৃতিত্বের পরিমাপ করা হয়ে থাকে। সেইজন্য এগুলির নাম দেওয়া হয়েছে সম্পাদনী অভীক্ষা (Performance Test)।

প্রাচীনতম সম্পাদনী অভীক্ষাগুলির মধ্যে ইটালিয়ান মনোবিজ্ঞানী সেগুঁইর (Seguin) তৈরী ফর্মবোর্ডের নাম করতে হয়। তিনি ক্ষীণবুদ্ধি (Feeble-minded) ছেলেমেয়েদের ইন্দ্রিয়মূলক ও সঞ্চালনমূলক শিক্ষার জন্য এই ফর্ম বোর্ডের (From Board) উদ্ভাবন করেন। পরে তাঁর এই ফর্মবোর্ড সম্পাদনী অভীক্ষার প্রধানতম অঙ্গরূপে গৃহীত হয়। সেগুঁইর ফর্মবোর্ডের অভীক্ষাটিতে একটি কাঠের বোর্ডের উপর দশটি বিভিন্ন নক্সার গর্ত আছে এবং সেগুলির মধ্যে ঠিক ঐ নক্সাগুলির আকৃতি বিশিষ্ট দশটি কাঠের টুকরো খাপে খাপে বসিয়ে দেওয়া যায়। অভীক্ষার্থীকে দশটি কাঠের টুকরো দিয়ে বলা হয় যত তাড়াতাড়ি সম্ভব সে যেন ঐ টুকরোগুলি যথাস্থানে বসিয়ে দেয়। পর পর তিনবার তাকে চেষ্টা করতে দেওয়া হয় এবং তিনবারের মধ্যে স্বল্পতম সময়টিকেই অভীক্ষার্থীর স্কোর বলে ধরা হয়। সেগুঁইর ফর্ম বোর্ডটি সব চেয়ে সরল ও সহজ। পরে সেগুঁইর বোর্ডের অনুকরণে অনেক জটিল ও উন্নত ধরনের ফর্মবোর্ড বহু মনোবিজ্ঞানী তৈরী করেছেন।

ফর্মবোর্ড ছাড়া আরও অনেক রকমের সম্পাদনী অভীক্ষার প্রচলন আছে। তার মধ্যে হিলির চিত্র-সম্পূর্ণকরণ অভীক্ষা (Healy Picture-Completion Test) খুব প্রাচীন। এই অভীক্ষায় কতকগুলি ছবি থেকে চৌকো চৌকো টুকরো কেটে আলাদা করে রাখা হয় এবং অভীক্ষার্থীকে ঐ কাটা অংশগুলি ছবিগুলির যথাস্থানে বসিয়ে ছবিটি সম্পূর্ণ করতে বলা হয়। প্রত্যেক ক্ষেত্রেই ঐ চৌকো অংশটি ঠিকমত

বসাতে হলে ছবিতে বর্ণিত ব্যাপারটি বা ঘটনাটি অভীক্ষার্থীকে আগে ভাল করে বুঝতে হয়।

হিলি পাজল (Healy Puzzle) নামে আর একটি সম্পাদনী অভীক্ষাও বহুদিন ধরে প্রচলিত। এই অভীক্ষার কতকগুলি বিভিন্ন আকৃতির কাঠের টুকরো দিয়ে অভীক্ষার্থীকে ত্রিভুজ, আয়তক্ষেত্র প্রভৃতির মধ্যে বিশেষ একটি জ্যামিতিক ক্ষেত্র তৈরী করতে বলা হয়। নক্স সিপ টেষ্ট (Knox Ship Test) নামে আর একটি সম্পাদনী অভীক্ষায় শিক্ষার্থীকে জাহাজের ছবির কতকগুলি টুকরো দিয়ে একটি পুরো জাহাজ তৈরী করতে বলা হয়।

নক্স কিউব টেষ্ট (Knox Cube Test) পর পর সাজান চারটি কিউবের উপর অভীক্ষক আঙ্গুলের টোকা দেন এবং অভীক্ষার্থীকেও সেইভাবে টোকা দিতে বলেন। নানাভাবে উল্টোপাল্টা টোকা দিয়ে অভীক্ষার্থীর করণীয় কাজটিকে বেশ জটিল করে তোলা যেতে পারে। প্রকৃতপক্ষে এই অভীক্ষায় অভীক্ষার্থীর অনন্তর স্মৃতিরই (Immediate Memory) পরিমাপ করা হয়ে থাকে।

প্রথম আদর্শায়িত (Standardised) পূর্ণাঙ্গ সম্পাদনী অভীক্ষার নাম হল পিণ্টনার-প্যাটারসন পারফরম্যান্স স্কেল (Pintner-Patterson Performance Scale)। এই স্কেলটির মধ্যে সেগুই, হিলি, নক্স প্রভৃতি মনোবিজ্ঞানীদের উদ্ভাবিত সম্পাদনী অভীক্ষাগুলি অন্তর্ভুক্ত করা হয়েছে। এই স্কেলটি মোট ১৫টি অভীক্ষা নিয়ে গঠিত। পিণ্টনার-প্যাটারসন স্কেলের অনুকরণে পরে আরও অনেকগুলি সম্পাদনী অভীক্ষার স্কেল তৈরী করা হয়েছে। তার মধ্যে কর্নেল-কক্স পারফরম্যান্স এবিলিটি স্কেল (Cornel-Cox Performance Ability Scale), আর্মি পারফরম্যান্স স্কেল (Army Performance Scale), আর্থার পারফরম্যান্স স্কেল (Arthur Performance Scale) প্রভৃতি উল্লেখযোগ্য। এর প্রত্যেকটি স্কেলই আদর্শায়িত বা মাননির্ণীত।

পোর্টিয়াসের উদ্ভাবিত পোর্টিয়াস মেজ টেষ্টগুলি (Porteous Maze Test) সম্পাদনী অভীক্ষারূপে বিশেষ প্রসিদ্ধি লাভ করেছে। এই অভীক্ষাগুলিতে কতকগুলি রেখাঙ্কিত গোলকধাঁধা (Maze) দেওয়া থাকে। অভীক্ষার্থীকে ঐ গোলকধাঁধাগুলিতে পেন্সিল দিয়ে নির্ভুল পথটি বার করতে বলা হয়।

কোহ্স ব্লক ডিজাইন (Kohs Block Design) নামক আর এক শ্রেণীর সম্পাদনী অভীক্ষায় এক ইঞ্চি ঘনক্ষেত্রের আকারের কতকগুলি কাঠের ব্লক বা টুকরো দেওয়া হয়। ব্লকগুলির ছ'দিকে লাল, নীল, হলদে, সাদা, হলদে-নীল এবং লাল-সাদা এই ছ'রকম রঙ দেওয়া থাকে। ঐ ছ'রকম রঙ দিয়ে তৈরী কতকগুলি রঙীন

নক্সা অভীক্ষার্থীর সামনে ধরা হয় এবং ঐ নক্সাগুলি অনুযায়ী ব্লকগুলি তাকে সাজাতে বলা হয়।

আলেকজাণ্ডারের পাস-এ্যালংগ (Pass-Along) টেষ্টটিও আর একটি নতুন ধরনের সম্পাদনী অভীক্ষা। এই অভীক্ষায় একটি ছোট বাক্সের মধ্যে কাঠের বা প্লাষ্টিকের কতকগুলি বিভিন্ন আকৃতির টুকরো রাখা থাকে। সেগুলিকে বাক্স থেকে না তুলে কেবল উপরে, নীচে এবং পাশের দিকে সরিয়ে প্রদত্ত নক্সা অনুযায়ী সাজাতে হয়। কত কম সময়ের মধ্যে অভীক্ষার্থী প্রদত্ত নক্সা অনুযায়ী টুকরোগুলিকে নির্ভুলভাবে সাজাতে পারল তার উপর অভীক্ষার্থীর স্কোর নির্ভর করে। ডিয়ারবর্নের (Dearborn) ফর্ম বোর্ড, কোহস্ (Kohs) ব্লক ডিজাইন এবং আলেকজাণ্ডারের পাস-এ্যালংগ—এই তিনটি সম্পাদনী অভীক্ষাকে একত্রিত করে আলেকজাণ্ডারের প্রসিদ্ধ পারফরম্যান্স স্কেলটি (Alexander's Performance Scale) সৃষ্টি করা হয়েছে।

ছোট ছোট ছেলেমেয়েদের জন্য আর এক ধরনের সম্পাদনী অভীক্ষার প্রচলন আছে। এই অভীক্ষাটির নাম মানবমূর্তির অভীক্ষা (Manikin Test)। এই অভীক্ষায় একটি কাঠের বা প্লাষ্টিকের তৈরী ছোট মানবমূর্তি কতকগুলি বিচ্ছিন্ন খণ্ডে ভাগ করা থাকে। ঐ খণ্ডগুলি শিশুকে দেওয়া হয় এবং সেগুলিকে ঠিকমত সাজিয়ে পূর্ণ মানুষের মূর্তিটি তাকে তৈরী করতে বলা হয়। আর একটি উল্লেখযোগ্য ভাষাবর্জিত বুদ্ধির অভীক্ষার নাম হল গুডএনাফের মানুষ আঁকার অভীক্ষা (Goodenough's Man-Drawing Test)। এতে অভীক্ষার্থীকে নিজের মন থেকে একটি মানুষের ছবি আঁকতে বলা হয়। শিল্পনৈপুণ্য বা সৌন্দর্যের দিক দিয়ে শিক্ষার্থীর আঁকা ছবিটির বিচার করা হয় না। কেবল দেখা হয় যে মানুষের দেহের প্রয়োজনীয় অঙ্গপ্রত্যঙ্গের মধ্যে কতগুলি অভীক্ষার্থী ছবিটিতে আঁকতে পারল এবং সেগুলির পরস্পরের মধ্যে অনুপাতমূলক সম্পর্ক সম্বন্ধে তার ধারণাই বা কতটা নির্ভুল। চার থেকে দশ বৎসর বয়সের শিশুদের বুদ্ধির অভীক্ষারূপে এই অভীক্ষাটি ব্যাপকভাবে ব্যবহৃত হয়ে থাকে।

এখন একটি প্রশ্ন হল যে সম্পাদনী অভীক্ষার দ্বারা ব্যক্তির কি ধরনের শক্তি বা কর্মক্ষমতার পরিমাপ করা হয়। স্পীয়ারম্যান প্রভৃতি একদল মনোবিজ্ঞানী সম্পাদনী অভীক্ষাকে এক ধরনের অসংগঠিত বুদ্ধির অভীক্ষা বলেই বর্ণনা করেছেন। আলেকজাণ্ডার তাঁর প্রসিদ্ধ পরীক্ষণের মাধ্যমে প্রমাণ করেছেন যে সম্পাদনী অভীক্ষাগুলি মূর্ত বুদ্ধির (Concrete Intelligence) পরিমাপ করে থাকে। দেখা যাচ্ছে যে আলেকজাণ্ডার বুদ্ধিকে মূর্ত (Concrete) ও অমূর্ত (Abstract) এই দুশ্রেণীতে ভাগ করেছেন। অবশ্য সকল মনোবিজ্ঞানী আলেকজাণ্ডারের এই শ্রেণীবিভাগকে

মেনে নেননি। ভানন প্রভৃতি মনোবিজ্ঞানীরা সম্পাদনী অভীক্ষাকে বুদ্ধির অভীক্ষা বলে মানতেই রাজী নন। তাঁদের মতে সম্পাদনী অভীক্ষার দ্বারা উপলব্ধিমূলক ও অবস্থানমূলক বিশেষধর্মী শক্তিগুলিরই পরিমাপ করা হয়ে থাকে।

আজকাল অবশ্য সম্পাদনী অভীক্ষা বুদ্ধির পরিমাপের উপকরণ রূপে বহুল ব্যবহৃত হয়ে থাকে। বিশেষ করে ছোট ছোট ছেলেমেয়ে, স্বল্পভাষা শক্তি-সম্পন্ন-ব্যক্তি, বিদেশী প্রভৃতির ক্ষেত্রে বুদ্ধি পরিমাপের উপকরণ রূপে প্রায়ই কোন না কোন-রূপ সম্পাদনী অভীক্ষার ব্যবহার হয়ে থাকে।

বিশেষ শক্তির অভীক্ষা (Test of Special Abilities)

বুদ্ধিকে মনোবিজ্ঞানীরা মনের সাধারণ শক্তি বলে ধরে নিয়েছেন এবং বুদ্ধির অভীক্ষাগুলি এমনভাবে তৈরী করা হয়েছে যার দ্বারা কেবলমাত্র ব্যক্তির সাধারণ মানসিক কর্মক্ষমতার পরিমাপ করা যায়। অর্থাৎ বুদ্ধির অভীক্ষা থেকে আমরা জানতে পারি যে সাধারণভাবে সকল প্রকার মানসিক কাজে অভীক্ষার্থী কেমন ফল দেখাবে। কিন্তু কোন বিশেষধর্মী কাজে তার কুশলতা বা দক্ষতার পরিচয় বুদ্ধির অভীক্ষা থেকে পাওয়া যাবে না। এই জন্য আধুনিক কালে বুদ্ধির অভীক্ষাগুলিকে সাধারণ শ্রেণীবিন্যাসের অভীক্ষা (General Classification Test) নাম দেওয়া হয়ে থাকে। এর অর্থ হল যে বুদ্ধির অভীক্ষার দ্বারা কেবলমাত্র সাধারণ শক্তি বা কর্মক্ষমতার দিক দিয়ে ব্যক্তিদের বিশেষ কয়েকটি শ্রেণীতে ভাগ করা চলে।

পার্থক্যমূলক দক্ষতার অভীক্ষা (Differential Aptitude Test)

কিন্তু জীবনে সাফল্যলাভ কেবলমাত্র সাধারণ কর্মক্ষমতার উপর নির্ভর করে না। ব্যক্তি যে সব বিশেষ শক্তি নিয়ে জন্মেছে সেগুলির উপরও তা বহুলাংশে নির্ভর করে। সেই জন্য আধুনিক কালে নানা ধরনের বিশেষ শক্তির অভীক্ষা (Test for Special Ability) প্রস্তুত করা হয়েছে। আধুনিক মনোবিজ্ঞানীরা এগুলির নাম দিয়েছেন পার্থক্যমূলক দক্ষতার অভীক্ষা (Differential Aptitude Test)। এর দ্বারা ব্যক্তিতে ব্যক্তিতে বিশেষ শক্তি বা দক্ষতার দিক দিয়ে কোথায় কোথায় পার্থক্য আছে তা জানা যায়।

বিশেষ শক্তির অভীক্ষাগুলির দ্বারা নানা প্রকৃতির সুনির্দিষ্ট অথচ বিশেষধর্মী কাজগুলির দিক দিয়ে অভীক্ষার্থীর দক্ষতাকে স্বতন্ত্রভাবে পরিমাপ করা হয়। যেমন, কেবলমাত্র ভাষামূলক উৎকর্ষ পরিমাপ করার জন্য যদি একটি অভীক্ষা তৈরী করা হয় তবে সেটি হবে এই ধরনের বিশেষ শক্তির অভীক্ষা বা পার্থক্যমূলক দক্ষতার অভীক্ষা। নানা পরীক্ষণের দ্বারা বিশেষ করে আধুনিক পরিসংখ্যান পদ্ধতির সাহায্যে প্রমাণিত হয়েছে যে ভাষামূলক দক্ষতার পেছনে একটি বিশেষ উপাদান বা

ফ্যাক্টর (Factor) কাজ করে থাকে। এটিকে সংক্ষেপে V বলা হয়। অতএব ভাষামূলক দক্ষতার অভীক্ষার দ্বারা ব্যক্তির এই বিশেষ উপাদান বা ফ্যাক্টরটির পরিমাপ করা হয়ে থাকে।

এই রকম স্মৃতির (Memory or M) পরিমাপের জন্য স্বতন্ত্র অভীক্ষা তৈরী করা হয়েছে। এগুলিকে স্মৃতির অভীক্ষা (Memory Test) বলা হয় এবং এগুলির দ্বারা বিভিন্ন শ্রেণীর স্মৃতি যেমন যান্ত্রিক স্মৃতি, অনুষঙ্গমূলক স্মৃতি ইত্যাদির পরিমাপ করা যায়।

এই একই ভাবে গাণিতিক দক্ষতা (Numerical Ability or *n*), বিচারকরণ দক্ষতা (Reasoning Ability or R), অবস্থানমূলক দক্ষতা (Spatial Ability or *s*) ইত্যাদি নানা বিশেষধর্মী শক্তির উপর আজকাল অভীক্ষা তৈরী করা হয়েছে। যান্ত্রিক দক্ষতার (Mechanical Ability or *m*) উপর একটি প্রাচীনতম অভীক্ষার নাম হল স্টেনকুইস্ট মেকানিকাল টেস্ট (Stenquist Mechanical Test)। সেইরকম সঙ্গীতমূলক দক্ষতার (Musical Ability) উপর প্রচলিত একটি অভীক্ষার নাম হল সিসোর মিউজিক্যাল টেস্ট (Seashore Musical Test)।

সাম্প্রতিক কালে পূর্ণাঙ্গ পার্থক্যমূলক দক্ষতার অভীক্ষা বলতে থার্স্টোনের প্রাথমিক শক্তির অভীক্ষাটির (Thurstone's Primary Ability Test) নাম করতে হয়। থার্স্টোনের এই অভীক্ষাটিতে মানবমনের সাতটি বিশেষধর্মী কর্মদক্ষতার পরিমাপ করা হয়। এগুলিকে থার্স্টোন 'প্রাথমিক শক্তি' বলে বর্ণনা করেছেন। এগুলি হল ভাষাবোধ শক্তি (Verbal Comprehension or V), সংখ্যা ব্যবহার (Number Facility or R), স্মৃতি (Memory or M), আগমনমূলক বিচারকরণ (Inductive Reasoning or R), উপলব্ধিমূলক শক্তি (Perceptual Ability or P), অবস্থানমূলক ধারণা (Space or S), ভাষা ব্যবহারের উৎকর্ষ (Word Fluency or W)।

আর একটি সাম্প্রতিক পার্থক্যমূলক অভীক্ষার নাম হল সাইকোলজিকাল কর্পোরেশনের (Psychological Corporation) তৈরী ডিফারেন্সিয়াল এ্যাপটিচিউড টেস্ট (Differential Aptitude Test or DAT)। এতেও থার্স্টোনের অভীক্ষার মত ভাষামূলক, গাণিতিক, বিচারকরণমূলক, অবস্থানমূলক প্রভৃতি বিশেষধর্মী কাজগুলির উপর অভীক্ষা অন্তর্ভুক্ত করা হয়েছে। যুক্তরাষ্ট্রের জননিয়োগ বিভাগের তৈরী জেনারেল এ্যাপটিচিউড টেস্ট ব্যাটারিটিও (General Aptitude Test Battery or GATB) এই ধরনের বিশেষধর্মী শক্তি পরিমাপের অভীক্ষা বিশেষ।

বিশেষ দক্ষতার অভীক্ষা (Special Aptitude Test)

এ ছাড়া আরও এক ধরনের বিশেষ দক্ষতার অভীক্ষা বহুদিন ধরেই প্রচলিত আছে এবং বর্তমানে শিক্ষায় ও মনোবিজ্ঞানে এগুলির ব্যাপক ব্যবহার হচ্ছে। এগুলির নাম দেওয়া হয়েছে বিশেষ দক্ষতার অভীক্ষা (Special Aptitude Test)।

এগুলির মধ্যে প্রথমে ইন্দ্রিয়মূলক দক্ষতার অভীক্ষাগুলির (Sensory Test) উল্লেখ করতে হয়। যেমন, দর্শনমূলক অভীক্ষা (Visual Test) বা শ্রবণমূলক অভীক্ষা (Auditory Test) ইত্যাদি। এই অভীক্ষাগুলির সাহায্যে অভীক্ষার্থীর ঐ বিশেষ বিশেষ ইন্দ্রিয়ের শক্তি বা দক্ষতার পরিমাপ করা হয়। এছাড়া সঞ্চালনমূলক দক্ষতার অভীক্ষারও (Motor Dexterity Test) আজকাল বহুল প্রচলন হয়েছে। এই অভীক্ষায় হাত-পা নাড়া, চলা-ফেরা, শরীরকে বিভিন্নভাবে হেলান, স্থিরতা, মাংসপেশী ক্ষমতা ইত্যাদির পরিমাপ করা হয়। বিভিন্ন বৃত্তিমূলক কাজের নির্বাচনেও এই অভীক্ষাটির উপযোগিতা যথেষ্ট।

যন্ত্রমূলক দক্ষতার (Mechanical Aptitude) অভীক্ষারও আজকাল বিশেষ উন্নতি হয়েছে। প্রাচীনতম যন্ত্রমূলক দক্ষতার অভীক্ষাটির নাম স্টেনকুইষ্ট মেকানিকাল টেষ্ট (Stenquist Mechanical Test)। বর্তমান যন্ত্রশিল্পের যুগে যান্ত্রিক দক্ষতা পরিমাপ করার জন্য বিভিন্ন শ্রেণীর বহু উন্নত ধরনের অভীক্ষার উদ্ভাবন করা হয়েছে। যেমন, কেণ্ট স্যাকো'র (Kent Shakow) শিল্পমূলক ফর্মবোর্ড (Industrial Form Board), ম্যাককোয়ারির (McQuarrie) যান্ত্রিক দক্ষতার অভীক্ষা, মিনেসোটা (Minnesota) মেকানিক্যাল এ্যাসেম্বলী টেষ্ট ইত্যাদি।

করণিক দক্ষতা (Clerical Aptitude) পরিমাপের অভীক্ষাগুলিও আধুনিক কালে বিশেষ জনপ্রিয়তা লাভ করেছে। এই অভীক্ষাগুলিতে সংখ্যা এবং নামের তুলনা করা, কাগজপত্রের শ্রেণীবিভাগ করা, ফাইল করা, কাগজ বাছা, খাম আঁটা ইত্যাদি নানা বিভিন্ন প্রকারের অফিস সংক্রান্ত কাজকর্ম অভীক্ষার্থীকে করতে হয়। মিনেসোটা ক্লারিকাল টেষ্ট (Minnesota Clerical Test), জেনারেল ক্লারিকাল টেষ্ট (General Clerical Test or GCT) প্রভৃতি বহুল প্রচলিত অভীক্ষাগুলিরও নাম এই পর্যায়ে করা যায়।

আগ্রহের অভীক্ষা (Interest Test)

কোন কাজ করা বা কিছু শেখার পেছনে যে বস্তুটি থাকা একান্ত অপরিহার্য সেটি হল প্রেষণা (Motive)। প্রেষণাই ব্যক্তিকে বিশেষ একটি কাজ করতে প্রণোদিত করে, তার কর্মক্ষমতাকে উদ্বুদ্ধ করে এবং কাজ শেষ না হওয়া পর্যন্ত তার উদ্যমকে অব্যাহত রাখে। প্রেষণার সঙ্গে অঙ্গাঙ্গীভাবে জড়িয়ে আছে আর একটি

বস্তু, তার নাম আগ্রহ। আগ্রহ বলতে বোঝায় ব্যক্তির এক ধরনের তৃপ্তি বা আনন্দের অনুভূতি যা একটি বিশেষ কাজ সম্পন্ন করার সঙ্গে জড়িয়ে থাকে।[1] এই জন্যই যে কাজে ব্যক্তির আগ্রহ থাকে না সে কাজ সম্পাদনে ব্যক্তি তৃপ্তিবোধ করে না, ফলে তার মধ্যে ঐ কাজের জন্য কোন প্রেষণা জন্মায় না। অতএব দেখা যাচ্ছে যে ব্যক্তির সুশিক্ষা ও সুপরিচালনার জন্য তার কোন্ কোন্ বিষয়ে বা কাজে আগ্রহ আছে তা জানা একান্ত প্রয়োজন। বিশেষ করে শিক্ষামূলক ও পরিচালনামূলক কাজের ক্ষেত্রে ব্যক্তির আগ্রহের স্বরূপটি জানা অপরিহার্য বললেই চলে। শিক্ষার ক্ষেত্রে দেখা গেছে যে শিক্ষার্থী যে বিষয়ে আগ্রহ অনুভব করে সে বিষয়টি সে খুব সহজে শিখতে পারে। অবশ্য সমস্ত শিক্ষাই সহজাত শক্তি ও আগ্রহের মিলিত ফল, কিন্তু কোন বিষয়ে কেবল মাত্র শক্তি বা কর্মদক্ষতা থাকলেই শিক্ষা ঘটে না, যদি না সেই বিষয়ে শিক্ষার্থীর যথেষ্ট পরিমাণে আগ্রহ থাকে। তেমনই বৃত্তির ক্ষেত্রেও এই একই কথা সমানভাবে প্রযোজ্য। এই জন্যই আধুনিক কালে মনোবিজ্ঞানীরা আগ্রহ পরিমাপের নানা পন্থার উদ্ভাবন করেছেন।

আগ্রহের পরিমাপ (Measurement of Interest)

আগ্রহ পরিমাপের সব চেয়ে সহজ উপায় হল শিক্ষার্থীকে সোজাসুজি নানা রকম প্রশ্ন জিজ্ঞাসা করা এবং সেই সব প্রশ্নের উত্তর থেকে তার আগ্রহের স্বরূপ নির্ণয় করা। কিন্তু নানা কারণে এই ধরনের উত্তরগুলি বাস্তবধর্মী ও নির্ভরযোগ্য হয় না। বিশেষ করে ছোট ছোট ছেলেমেয়ে এবং অল্পবয়স্ক ব্যক্তিদের ক্ষেত্রে দেখা গেছে যে সোজাসুজি প্রশ্নের দ্বারা প্রকৃত উত্তর পাওয়া যায় না। প্রথমত, তাদের জ্ঞানের পরিধি অত্যন্ত সীমাবদ্ধ হওয়ায় তাদের আগ্রহের পরিধিও নিতান্ত সঙ্কীর্ণ থাকে। দ্বিতীয়ত, বিভিন্ন বিষয় ও বৃত্তি সম্বন্ধে সমাজে প্রচলিত এবং আর দশজনের পরিপোষিত ধারণা বা মতবাদের দ্বারা তারা এতই প্রভাবিত হয় যে নিজেদের আগ্রহ সম্বন্ধে যথার্থ ধারণা তারা গড়ে তুলতে পারে না। এই সব কারণেই প্রত্যক্ষ প্রশ্ন ও উত্তরের সাহায্যে আগ্রহ পরিমাপের পদ্ধতি পরিত্যাগ করে পরোক্ষ এবং প্রচ্ছন্ন পদ্ধতি অবলম্বন করা হয়ে থাকে। কার্নেগী ইনষ্টিটিউট অব টেকনোলজির এক আলোচনা সভায় আগ্রহ পরিমাপের পদ্ধতির প্রথম উদ্ভাবন করা হয়। কিন্তু সব-চেয়ে সাফল্যজনক আগ্রহের অভীক্ষাটি তৈরী করেন ই কে ষ্ট্রং (E K Strong) নামক এক মনোবিজ্ঞানী। তাঁর অভীক্ষাটির নাম ভোকেসানাল ইন্টারেষ্ট ব্ল্যাঙ্ক (Vocational Interest Blank or VIB)।

কার্নেগী ইনষ্টিটিউটের অভীক্ষাটির দুটি বৈশিষ্ট্য ছিল। প্রথমত, বহু বিচিত্র প্রকারের কাজ, বস্তু প্রভৃতি সম্পর্কে অভীক্ষার্থীর পছন্দ বা অপছন্দ জানা যায়

1. পৃঃ ১৪০ (১ম খণ্ড)

এমন ধরনের প্রশ্ন অভীক্ষাটিতে দেওয়া হয়েছিল। দ্বিতীয়ত, বিভিন্ন শ্রেণীর বৃত্তি অনুযায়ী উত্তরগুলির শ্রেণীবিভাগ করা হয়েছিল। তার ফলে দেখা গেল যে বিভিন্ন বৃত্তিতে নিযুক্ত ব্যক্তিদের মধ্যে আগ্রহের দিক দিয়ে বেশ মিল আছে।

ষ্ট্রং'র V B অভীক্ষাটিতে মোট চারশত প্রশ্ন আছে এবং সেগুলি আটটি অংশে বিভক্ত। প্রথম পাঁচটি অংশে পাঁচটি বিভিন্ন বিষয় সম্পর্কে অভীক্ষার্থীর আগ্রহ নির্ণয় করা হয়ে থাকে। এই পাঁচটি বিষয় হল, বৃত্তি, স্কুলপাঠ্য বিষয়সমূহ, আমোদ-প্রমোদ, নানারকম কাজকর্ম এবং অপরের অদ্ভুত বৈশিষ্ট্যসমূহ। প্রত্যেকটি প্রশ্ন বা উক্তির পাশে লেখা থাকে পছন্দ, উদাসীন এবং অপছন্দ। অভীক্ষার্থীকে ঐ তিন ধরনের উত্তরের মধ্যে একটিতে দাগ দিতে বলা হয়। যেমন—

	পছন্দ	উদাসীন	অপছন্দ
১। যন্ত্রপাতি নিয়ে কাজকর্ম করা			
২। অঙ্ক কষা ...			
৩। সিনেমায় যাওয়া ...			

অভীক্ষাটির শেষ তিনটি ভাগে কতকগুলি বৃত্তিমূলক কাজকে অভীক্ষার্থীর পছন্দ অনুযায়ী সাজাতে এবং নিজের বর্তমান কর্মক্ষমতা এবং অন্যান্য বৈশিষ্ট্যগুলির পরিমাপ করতে বলা হয়। এই অভীক্ষাটিতে প্রত্যেকটি বৃত্তির (Occupation) স্বতন্ত্র স্কোরের তালিকা আছে। কোন বিশেষ ব্যক্তির স্কোরটি ঐ নির্দিষ্ট স্কোরের তালিকার সঙ্গে তুলনা করে দেখা যেতে পারে যে সে বৃত্তিটিতে সাধারণ পুরুষ বা সাধারণ নারী থেকে আগ্রহের দিক দিয়ে কতটা দূরে সরে আছে।

আর একটি বহুল ব্যবহৃত আগ্রহের অভীক্ষার নাম হল কুডের প্রেফারেন্স রেকর্ড (Kuder Preference Record)। এই অভীক্ষাটি খুবই সম্প্রতি তৈরী হয়েছে এবং ষ্ট্রং'র অভীক্ষার সঙ্গে এটির অনেক দিক দিয়ে প্রচুর পার্থক্য আছে। এতে কোন একটি বিশেষ বৃত্তিতে আগ্রহ নির্ণয় না করে কতকগুলি ব্যাপক ক্ষেত্রে শিক্ষার্থীর আগ্রহ কেমন আছে তারই পরিমাপ করা হয়। বিভিন্ন ক্ষেত্রে বা বিভিন্ন বিষয়ের উপযোগী বিভিন্ন ফর্ম (Form) বা আকারে এই অভীক্ষাটি পাওয়া যায়।

উদাহরণস্বরূপ, এর বৃত্তিমূলক ফর্মটিতে ১৬৮টি পদ (Item) আছে। এমন ধরনের তিনটি করে পদ এক সঙ্গে দেওয়া থাকে যেগুলির দ্বারা একই শ্রেণীর অথচ প্রকৃতির দিক দিয়ে বিভিন্ন তিনটি কাজকে বোঝান হয়। অভীক্ষার্থী ঐ তিনটি কাজের মধ্যে যে কাজটি সব চেয়ে বেশী পছন্দ করে এবং যে কাজটি সব চেয়ে কম পছন্দ করে সেই দুটি কাজের পাশে তাকে দাগ দিতে বলা হয়। যেমন—

নীচে তিনটি কাজের নাম দেওয়া আছে। এর মধ্যে কোন্ কাজটি তোমার সব চেয়ে পছন্দ, আর কোন্‌টি সব চেয়ে অপছন্দ বল।

১। অটোগ্রাফ সংগ্রহ করা
২। মুদ্রা সংগ্রহ করা
৩। প্রজাপতি সংগ্রহ করা

কুডের প্রেফারেন্স রেকর্ডের বৃত্তিমূলক ফর্মটিতে নানারকম বৃত্তি অন্তর্ভুক্ত করা হয়েছে, যেমন—কৃষিমূলক, যন্ত্রপাতিমূলক, গণনামূলক, বিজ্ঞানমূলক, চারুকলামূলক সাহিত্যমূলক, কারণিক, সামাজিক ইত্যাদি।

ষ্ট্রং এবং কুডেরের আগ্রহ পরিমাপের অভীক্ষা ছাড়াও আজকাল আরও অনেকগুলি আগ্রহের অভীক্ষা প্রকাশিত হয়েছে। সেগুলির মধ্যে থার্স্টোন ইণ্টারেস্ট সিডিউল (Thurstone Interest Schedule) এবং গিলফোর্ড-স্নিডম্যান-জিমারম্যান ইণ্টারেস্ট সার্ভে (Guilford-Sneidman-Zimmerrman Interest Survey) ইত্যাদির নাম উল্লেখযোগ্য।

সু-অভীক্ষার বৈশিষ্ট্যাবলী

(Characteristics of a Good Test)

যে কোন ভাল অভীক্ষায় নীচের বৈশিষ্ট্যগুলি থাকা একান্ত প্রয়োজন। এগুলির একটিরও যদি অভাব থাকে তবে অভীক্ষাটিকে নিখুঁত বলতে পারা যাবে না। যথা—

১। **নৈর্ব্যক্তিকতা** (Objectivity)
২। **নির্ভরযোগ্যতা** (Reliability)
৩। **যাথার্থ্য** (Validity)
৪। **প্রয়োগশীলতা** (Administrability)
৫। **সংব্যাখ্যান ও তুলনীয়তা** (Interpretation and Comparability)
৬। **পরিমিততা** (Economy)

নৈর্ব্যক্তিকতা (Objectivity) বলতে বোঝায় যে অভীক্ষাটির গঠন, প্রয়োগ বা ফল নির্ণয়ের উপর অভীক্ষকের কোনরূপ প্রভাব থাকবে না। অভীক্ষাটি সব দিক দিয়ে ব্যক্তিগত প্রভাববর্জিত হবে। এর অর্থ হল যে অভীক্ষাটি সম্পূর্ণভাবে বিষয়মুখী হবে, ব্যক্তিমুখী হবে না।

গতানুগতিক পরীক্ষা পদ্ধতিতে এ বৈশিষ্ট্যটি একেবারেই নেই। সেখানে যে ধরনের প্রশ্ন দেওয়া হয় অভীক্ষার্থীকে সেগুলির উত্তর দিতে হলে বড় বড় রচনা লেখা ছাড়া অন্য পথ থাকে না। যেমন, শিক্ষার লক্ষ্য কি? বা কোন্ কোন্ শক্তির দ্বারা বাজারে দ্রব্যের মূল্য নির্ধারিত হয়? ইত্যাদি প্রকৃতির প্রশ্নের উত্তরে অভীক্ষার্থী দীর্ঘ আলোচনামূলক রচনা লিখতে বাধ্য হয়। এই জন্য এই ধরনের প্রশ্নগুলিকে রচনাধর্মী প্রশ্ন বলা হয়। এই শ্রেণীর প্রশ্নের উত্তর পরীক্ষা করে নম্বর দেবার সময় অভীক্ষকের ব্যক্তিগত মতামত, পছন্দ-অপছন্দ এমন কি খেয়াল-খুসী, মেজাজ ইত্যাদি বিশেষ প্রভাব বিস্তার করে থাকে। একেই ব্যক্তিকতা (Subjectivity) বলে। আধুনিক অভীক্ষায় এই ব্যক্তিকতা দূর করার জন্য সুনির্দিষ্ট ও সংক্ষিপ্ত প্রশ্ন করা হয় এবং সেগুলির উত্তর মাত্র একটিই হয়, একটি ছাড়া দুটি হয় না। যেমন—

১। নীচের প্রশ্নটির প্রদত্ত তিনটি উত্তরের মধ্যে কোন্‌টি ঠিক বল।

প্রাচীন ভারতে শিক্ষার লক্ষ্য ছিল—

(ক) স্বাস্থ্যচর্চা (খ) সমাজ উন্নয়ন (গ) আত্ম-উপলব্ধি।

২। বাক্যটির শূন্য স্থানগুলি পূর্ণ কর।

জেমস্-ল্যাংগ মতবাদ অনুযায়ী দৈহিক অনুভূতি জাগে —, প্রক্ষোভের অনুভূতি দেখা দেয় —।

৩। নীচের উক্তিটি সত্য কিংবা মিথ্যা বল।

পৃথিবী আকারে বৃহস্পতি গ্রহের চেয়ে বড়। সত্য—মিথ্যা

এই ধরনের সংক্ষিপ্ত এবং এক-উত্তর-বিশিষ্ট প্রশ্নগুলির সাহায্যে আধুনিক অভীক্ষা তৈরী করা হয়ে থাকে। স্পষ্টই দেখা যাচ্ছে যে এই ধরনের প্রশ্নগুলির ক্ষেত্রে ব্যক্তিকতাদোষের দ্বারা দুষ্ট হবার সম্ভাবনা এক প্রকার থাকে না বললেই চলে।

নির্ভরযোগ্যতা (Reliability) বলতে বোঝায় অভীক্ষাটি কতটা নিখুঁত বা নির্ভুল। সাধারণত যদি একটি অভীক্ষা একই দলের উপর কিছুদিনের ব্যবধানে পর পর দু'বার প্রয়োগ করা হয় এবং যদি দেখা যায় যে অভীক্ষার্থীদের এই দু'বারের স্কোরের মধ্যে বেশ মিল আছে তা হলে অভীক্ষাটিকে নির্ভরযোগ্য বলা হয়। সাধারণত দলটির এই দু'বারের স্কোরের মধ্যে মিল বা সমতা মাপা হয় সহপরিবর্তনের মান নির্ণয়ের দ্বারা। এ ছাড়া অন্যান্য পন্থাতেও অভীক্ষাটির নির্ভরযোগ্যতা নির্ণয় করা হয়ে থাকে। গতানুগতিক পরীক্ষাগুলি এই দিক দিয়ে একেবারেই নির্ভরযোগ্য নয়।

যাথার্থ্য (Validity) বলতে বোঝায় অভীক্ষাটি যে গুণ বা বৈশিষ্ট্য পরিমাপ করার জন্য তৈরী হয়েছে প্রকৃতপক্ষে সেইটিই পরিমাপ করছে, অন্য কোন গুণ বা বৈশিষ্ট্য পরিমাপ করছে না। গতানুগতিক পরীক্ষার ক্ষেত্রে দেখা যায় যে ইতিহাস

বা ভূগোলের জন্য তৈরী পরীক্ষা ইতিহাস বা ভূগোলের জ্ঞান ছাড়াও হাতের লেখা, ভাষামূলক দক্ষতা, রচনাশৈলী, পরিষ্কার-পরিচ্ছন্নতা প্রভৃতি অন্যান্য বৈশিষ্ট্য বা গুণও পরিমাপ করে থাকে। সেজন্য আমরা বলতে পারি যে এই পরীক্ষাগুলির যাথার্থ্য নেই। প্রকৃতপক্ষে যাথার্থ্যসম্পন্ন অভীক্ষা যে বৈশিষ্ট্য বা গুণ পরিমাপের জন্য তৈরী সেটি ছাড়া অন্য কোন বৈশিষ্ট্য বা গুণ পরিমাপ করবে না। কোন অভীক্ষার যাথার্থ্য নির্ণয় করার নিয়ম হল, অভীক্ষাটি প্রস্তুত করার পর অপর কোন যাথার্থ্যসম্পন্ন ও সুপ্রতিষ্ঠিত অভীক্ষার সঙ্গে সেটির তুলনা করা। সাধারণত এই দুটি অভীক্ষাকে একই দলের উপর প্রয়োগ করে তাদের মধ্যে সহপরিবর্তনের মান নির্ণয় করা হয়। যদি দেখা যায় যে এই সহপরিবর্তনের মান বেশ উন্নত পাওয়া গেল তবে নতুন অভীক্ষাটির যাথার্থ্য আছে বলে ধরে নেওয়া হয়।

প্রয়োগশীলতা (Administrability) বলতে বোঝায় যে অভীক্ষাটি অভীক্ষার্থীদের উপর সহজে ও বিনা আয়াসে প্রয়োগ করা যাবে। অভীক্ষার ফলাফল অনেকাংশে নির্ভর করে অভীক্ষাটি প্রয়োগ করার উপর। কোনও অভীক্ষা অন্যান্য গুণ ও বৈশিষ্ট্যের দিক দিয়ে উন্নত হলেও যদি তার প্রয়োগপদ্ধতি কষ্টসাধ্য বা জটিল হয় তাহলে অভীক্ষাটির কোনই সার্থকতা থাকে না। এই জন্য আধুনিক অভীক্ষাগুলির প্রয়োগবিধি যতটা সম্ভব সহজ ও সুনির্দিষ্ট করা যায় সেদিকে বিশেষ মনোযোগ দেওয়া হয়ে থাকে।

সংব্যাখ্যান (Interpretation) ও তুলনীয়তা (Comparability) বলতে বোঝায় যে অভীক্ষাটি থেকে যে স্কোরগুলি পাওয়া যায় সেগুলির যথাযথ ব্যাখ্যা করা এবং সেগুলির পরস্পরের মধ্যে নির্ভরযোগ্য ভাবে তুলনা করা যাবে। সাধারণত গতানুগতিক পরীক্ষা পদ্ধতিতে খেয়ালখুশী মত ধরে নেওয়া একটা পাশ মার্কের সঙ্গে তুলনা করে বিশেষ কোন অভীক্ষার্থীর সাফল্যের পরিমাপ করা হয়। ফলে এই ধরনের পরিমাপের প্রকৃতপক্ষে কোন মূল্যই থাকে না। সেজন্য আধুনিক অভীক্ষাগুলির এমন একটি মান বার করা হয় যেটিকে সর্বজনীনভাবে প্রয়োগ করা যায় এবং যেটির সঙ্গে কোন বিশেষ অভীক্ষার্থীর কৃতিত্বের তুলনা করা চলতে পারে। একেই সর্বজনীন মান বা নর্ম (Norm) বলা হয়।

পরিমিততা (Economic) বলতে বোঝায় যে অভীক্ষাটির রচনা, প্রয়োগ, বিচার ইত্যাদির ব্যাপারে যতটা সম্ভব কম সময়, অর্থ ও পরিশ্রম প্রয়োজন হবে। প্রশ্নপত্র রচনা ও প্রয়োগের দিক দিয়ে গতানুগতিক পরীক্ষাগুলির ক্ষেত্রে অবশ্য সময় ও পরিশ্রম বেশী লাগে না। সেদিক দিয়ে আধুনিক অভীক্ষাগুলি তৈরী করা ও প্রয়োগ করা উভয় কাজেই যথেষ্ট সময় এবং অভিজ্ঞতার প্রয়োজন হয়। কিন্তু তেমনই প্রশ্নপত্র দেখা এবং নম্বর দেওয়ার ব্যাপারে গতানুগতিক অভীক্ষায় প্রচুর সময় ও শ্রম লাগে, কিন্তু

আধুনিক অভীক্ষাগুলিতে প্রশ্নপত্র পরীক্ষা করার কাজটিকে এত সহজ ও সরল করে তোলা হয়েছে যে, যে কোন স্বল্পবিদ্যাসম্পন্ন ব্যক্তিও সেগুলি নির্ভুলভাবে পরীক্ষা করতে পারে।

আদর্শায়িত অভীক্ষা (Standardised Test)

আধুনিক অভীক্ষার একটি বড় বৈশিষ্ট্য হল যে এগুলি আদর্শায়িত। আদর্শায়িত হওয়ার জন্যই আধুনিক অভীক্ষা প্রাচীন পরীক্ষা পদ্ধতির তুলনায় অনেক বেশী নির্ভরযোগ্য, ত্রুটিহীন ও কার্যকর। আদর্শায়িত বলতে কি বোঝায় এখন তাই দেখা যাক।

কোন অভীক্ষার আদর্শায়ন (Standardisation) বলতে এক কথায় বোঝায় যে অভীক্ষাটির প্রয়োগ পদ্ধতি এবং স্কোরিং (Scoring) এ দুটি প্রক্রিয়ার ক্ষেত্রে যতদূর সম্ভব সমতা (Uniformity) রক্ষা করা।

প্রয়োগ পদ্ধতির মধ্যে সমতা রক্ষার অর্থ হল যে যে পরিস্থিতিতে অভীক্ষাটি প্রয়োগ করা হচ্ছে সেই পরিস্থিতিটির বিভিন্ন দিক বা উপাদানগুলি যেন অভীক্ষাটির প্রয়োগের সকল সময়ে বা ক্ষেত্রে অপরিবর্তিত থাকে। সকল প্রকার বৈজ্ঞানিক পরীক্ষণের ক্ষেত্রেই পরিস্থিতির অপরিবর্তনীয়তা একটি অপরিহার্য উপকরণ। মনোবৈজ্ঞানিক অভীক্ষাগুলির ক্ষেত্রেও পরিস্থিতির এই সমতা একান্ত আবশ্যক। এর জন্য যে বিষয়গুলির প্রতি বিশেষভাবে মনোযোগ দিতে হয় সেগুলি হল অভীক্ষাটির প্রয়োগকালীন মৌখিক বা লিখিত নির্দেশগুলি, অভীক্ষার্থীদের প্রশ্নের উত্তর দানের পদ্ধতি, অভীক্ষাটির প্রাথমিক দৃষ্টান্ত প্রদান, অভীক্ষা প্রয়োগের সময় সীমা, অভীক্ষায় ব্যবহার করার বিভিন্ন উপকরণ এবং অভীক্ষা প্রয়োগের পরিবেশঘটিত অন্যান্য উপাদানগুলি। অভীক্ষাটিতে সন্তোষজনক ফল লাভের জন্য এই বিষয়গুলি সব ক্ষেত্রে অভিন্ন হওয়া বিশেষ দরকার। এই জন্য যখন কোন নতুন অভীক্ষা তৈরী করা হয় তখনই সেটি কেমন করে প্রয়োগ করতে হবে সে সম্বন্ধে অভীক্ষককে বিস্তারিত ও সুনির্দিষ্ট নিয়মকানুন ও নির্দেশ গঠন করতে হয়। নইলে বিভিন্ন ক্ষেত্রে অভীক্ষাটির প্রয়োগের মধ্যে প্রচুর পার্থক্য দেখা দেবে এবং তার ফলে তা থেকে লব্ধ ফলাফল সামঞ্জস্যপূর্ণ হবে না।

আধুনিক অভীক্ষার ক্ষেত্রে অভীক্ষাটির প্রয়োগের সময় অভীক্ষকের বাচনভঙ্গী, হাবভাব, মুখের অভিব্যক্তি ইত্যাদি সম্বন্ধেও সুনির্দিষ্ট নির্দেশাবলী দেওয়া থাকে। কেননা অভীক্ষার্থীদের উপর এগুলিরও প্রভাব কম দেখা যায় না। এমন কি যেখানে অভীক্ষাটি প্রয়োগ করা হবে সেখানকার আলোর পর্যাপ্ততা এবং বায়ু-চলাচলের উপযুক্ত ব্যবস্থা, অভীক্ষার্থীর বসার ও অন্যান্য স্বাচ্ছন্দ্যের যথাযথ আয়োজন প্রভৃতি যাতে সব

ক্ষেত্রে অভিন্ন হয় তার প্রতিও তীক্ষ্ন দৃষ্টি রাখা হয়। সবশেষে অভীক্ষক ও অভীক্ষার্থীর মধ্যে একটি সম্প্রীতিমূলক বোঝাপড়া (Rapport) সৃষ্টি করাটা অভীক্ষার সাফল্যের জন্য বিশেষভাবে প্রয়োজন এবং সে সম্বন্ধেও অভীক্ষাটিতে সুস্পষ্ট নির্দেশ দেওয়া হয়ে থাকে।

কোন অভীক্ষার স্কোরিং এর ক্ষেত্রে সমতা রক্ষা করার জন্য অভীক্ষাটির নর্ম (Norm) বা মান বার করা দরকার। আমরা দেখেছি যে কোন সু-অভীক্ষার একটি বড় বৈশিষ্ট্য হচ্ছে তার সংব্যাখ্যান ও তুলনীয়তা (Interpretation and Comparability)। এর অর্থ হল যে অভীক্ষাটির ফলাফলের ঠিকমত ব্যাখ্যা করা যাবে এবং একজন অভীক্ষার্থীর প্রাপ্ত স্কোরের সঙ্গে অপর অভীক্ষার্থীর প্রাপ্ত স্কোরের যথাযথ তুলনা করা সম্ভব হবে। এর জন্য অভীক্ষাটির একটি বিজ্ঞানসম্মত মান বা নর্ম থাকা প্রয়োজন।

সাধারণত স্কুল কলেজে যে সব পরীক্ষা দেওয়া হয়ে থাকে সেগুলির এই ধরনের কোন বিজ্ঞানসম্মত মান নেই। ফলে এই সব পরীক্ষায় যদি কেউ ২০ বা ৬০ বা ৯০ পায় তবে তার সেই স্কোরের কোন বিজ্ঞানসম্মত ব্যাখ্যা দেওয়া যায় না। এ সব ক্ষেত্রে সাধারণত পাস মার্ক (যেমন ৩০ বা ৩৬) ঠিক করে দেওয়া হয়। কিন্তু সেটিও সম্পূর্ণ খেয়ালখুশীমত নির্ধারিত করা হয় এবং তার কোন যুক্তিনির্ভর ভিত্তি নেই। ফলে এর দ্বারা পরীক্ষার্থীর সাফল্যের কোনরূপ প্রকৃত পরিমাপ করা সম্ভব হয় না এবং পরীক্ষার্থীদের মধ্যে একটা অনির্দিষ্ট ও অসম্পূর্ণ তুলনা ছাড়া আর কোন উদ্দেশ্যই সিদ্ধ হয় না।

সেজন্য প্রয়োজন এমন একটি মান বা নর্ম (Norm) যেটির সঙ্গে কোন বিশেষ পরীক্ষার্থীর পাওয়া স্কোরের তুলনা করে আমরা তার সাফল্যের ঠিকমত বিচার করতে পারি। এ ধরনের মানকেই সর্বজনীন মান বা নর্ম (Population Norm) বলা হয়ে থাকে। আধুনিক আদর্শায়িত অভীক্ষার (Standardised Test) ক্ষেত্রে এই সর্বজনীন মান বা নর্ম থাকাটা একটি অপরিহার্য বৈশিষ্ট্য। যেমন ধরা যাক, সপ্তম শ্রেণীর ছেলেমেয়েদের জন্য ইতিহাসের একটি আদর্শায়িত অভীক্ষা তৈরী করা হল। অর্থাৎ দেশে যত ছেলেমেয়ে সপ্তম শ্রেণীতে পড়ে তাদের উপর অভীক্ষাটি প্রয়োগ করে তাদের সাফল্যের একটি মান বা নর্ম ঠিক করা হল। মনে করা যাক, এই নর্মটি হল ৪২। এখন যদি বিশেষ একটি ছেলে ঐ পরীক্ষায় ৫০ পায়, তাহলে আমরা তৎক্ষণাৎ বলতে পারি যে সারা দেশের সপ্তম শ্রেণীর ছেলেমেয়েদের মধ্যে এই ছেলেটির স্থান কোথায়। এক্ষেত্রে নর্ম ৪২'র সঙ্গে তুলনা করে বলা যায় যে এই বিশেষ ছেলেটির ইতিহাসের জ্ঞান সপ্তম শ্রেণীর সাধারণ ছেলেমেয়েদের চেয়ে বেশ কিছুটা বেশী এবং কতটা বেশী তাও আধুনিক পরিসংখ্যান পদ্ধতির সাহায্যে নির্ণয় করা যায়। কোন বিশেষ অভীক্ষার সর্বজনীন নর্ম বা মান নির্ণয় করার পন্থা হল সমস্ত অভীক্ষার্থীর স্কোরের সমষ্টিকে

অভীক্ষার্থীদের মোট সংখ্যা দিয়ে ভাগ করা। এখন কোন অভীক্ষার সর্বজনীন মান নির্ণয় করতে গেলে প্রকৃত পক্ষে সেই বিশেষ শ্রেণীভুক্ত প্রত্যেকটি ব্যক্তির উপর অভীক্ষাটি প্রয়োগ করতে হয়। অর্থাৎ সপ্তম শ্রেণীর ইতিহাসের অভীক্ষার মান নির্ণয় করতে হলে প্রকৃত পক্ষে সেই বিশেষ শ্রেণীভুক্ত প্রত্যেকটি ছাত্রছাত্রীর উপর অভীক্ষাটির প্রয়োগ করতে হয়, বা দেশে যত সপ্তম শ্রেণীর ছেলেমেয়ে আছে তাদের সকলের উপর অভীক্ষাটি প্রয়োগ করে তাদের সমগ্র স্কোরের যোগফলকে তাদের মোট সংখ্যা দিয়ে ভাগ করতে হয়। কিন্তু এ প্রক্রিয়াটি বাস্তবে সম্ভব নয় বলে সপ্তম শ্রেণীভুক্ত সমস্ত ছেলেমেয়ের একটি বাছাই করা দলের (Sample Group) উপর অভীক্ষাটি প্রয়োগ করে তাদের স্কোর থেকেই সাধারণত এই সর্বজনীন মান বা নর্ম নির্ণয় করা হয়ে থাকে। অবশ্য দেখতে হবে যে এই বাছাই করা দলটি যেন সমগ্র দলের যথার্থ প্রতিনিধিস্বরূপ হয়। অর্থাৎ পরিবেশ, স্কুলে শিক্ষার মান, পিতামাতার অর্থনৈতিক ও সামাজিক অবস্থা ইত্যাদির দিক দিয়ে সমগ্র দলটিতে যত বিভিন্ন শ্রেণীর ছেলেমেয়ে আছে তাদের সকলেরই কিছু কিছু প্রতিনিধি অনুপাতমত এই বাছাই করা দলটিতে থাকবে। বলা বাহুল্য, এই বাছাই করার (Sampling) প্রক্রিয়াটি যত নিখুঁত হবে, নর্মও তত নির্ভুল হবে।

আদর্শায়িত অভীক্ষা গঠনের পদ্ধতি

একটি আদর্শায়িত অভীক্ষা তৈরীর সময় নীচের সোপানগুলি অনুসরণ করা হয়ে থাকে। অভীক্ষাটি বুদ্ধির অভীক্ষাই হোক্ বা বিশেষ শক্তির বা দক্ষতার অভীক্ষাই হোক্ কিংবা কোন পাঠ্যবিষয়ের উপর শিক্ষাশ্রয়ী অভীক্ষাই হোক সর্বত্রই এই নীচের সোপানগুলি অনুসরণ করতে হবে। যথা—

প্রথমত, যে শক্তি, বৈশিষ্ট্য বা বিষয়ের উপর অভীক্ষাটি গঠন করা হবে সে সম্বন্ধে একটি সুনির্দিষ্ট ও সুস্পষ্ট ধারণা প্রথমেই গঠন করে নিতে হবে। অর্থাৎ বুদ্ধির অভীক্ষা তৈরী করতে হলে কাকে বুদ্ধি বলে, কিংবা ইতিহাসের অভীক্ষা তৈরী করতে হলে ইতিহাসের জ্ঞান বলতে অভীক্ষক কি বোঝেন, সে সম্বন্ধে সুস্পষ্ট ও সুনির্দিষ্ট একটি ধারণা আগে তৈরী করে নিয়ে অভীক্ষককে অভীক্ষা তৈরীর কাজে হাত দিতে হবে।

দ্বিতীয়ত, এইবার ঐ নির্দিষ্ট ধারণা অনুযায়ী অভীক্ষাটির পদ (Item) গঠন করতে হবে। যতগুলি পদ সম্পূর্ণ অভীক্ষাটিতে থাকবে তার প্রায় দ্বিগুণসংখ্যক পদ প্রথমে গঠন করা প্রয়োজন। যেমন ১০০টি পদ-বিশিষ্ট অভীক্ষা তৈরী করতে হলে প্রথমে অন্তত ২০০টি পদ গঠন করতে হবে।

তৃতীয়ত, এবার যে দলটির জন্য অভীক্ষাটি তৈরী হবে তাদের একটি ছোটখাট প্রতিনিধিমূলক দলের উপর অভীক্ষাটি প্রয়োগ করে যে পদগুলি অনুপযোগী বলে

প্রমাণিত হবে সেগুলিকে বাদ দিতে হবে। এই পদ্ধতিকে ট্রাই-আউট (Try-Out) করা বলে। অনুপযোগী পদ বলতে সেই পদগুলিকে বোঝায় যেগুলি হয় খুব শক্ত বা খুব সহজ কিংবা দ্ব্যর্থবোধক। যেমন, যে পদটির উত্তর ৮০% বা তার বেশী সংখ্যক অভীক্ষার্থী দিতে পারল সেটি খুব সহজ। তেমনই যে পদটির উত্তর মাত্র ২০% বা তার কম সংখ্যক অভীক্ষার্থী দিতে পারল সেটি খুব শক্ত। আর যে পদটির একের বেশী অর্থ হয় সেটি দ্ব্যর্থবোধক। এই তিন শ্রেণীর পদকে প্রকৃত অভীক্ষা থেকে বাদ দিতে হবে।

চতুর্থত, তারপর অবশিষ্ট পদগুলি থেকে প্রয়োজনীয় সংখ্যক পদ নিয়ে অভীক্ষাটি গঠন করতে হবে। এবার যে দলের জন্য অভীক্ষাটি তৈরী হচ্ছে সেই দলের একটি যথেষ্টসংখ্যক প্রতিনিধিমূলক দলের উপর অভীক্ষাটি প্রয়োগ করে অভীক্ষাটির নর্ম বা মান নির্ণয় করতে হবে। এই সোপানটি অভীক্ষাটির আদর্শায়নে একান্ত প্রয়োজন। কেননা এই প্রক্রিয়ার দ্বারাই অভীক্ষাটির সর্বজনীন মান পাওয়া যায়।

সবশেষে, পরিসংখ্যান পদ্ধতির সাহায্যে অভীক্ষাটির নির্ভরযোগ্যতা (Reliability) ও যাথার্থ্যের (Validity) মান নির্ণয় করতে হবে।

একটি বুদ্ধির অভীক্ষার উদাহরণ

প্রসিদ্ধ বিনে-সাইমন স্কেলের ১৯৩৭ সালের ষ্ট্যানফোর্ড রিভিসনের M ফর্মের ১১ বৎসর বয়সের জন্য নির্দিষ্ট অভীক্ষাটি উদাহরণস্বরূপ নীচে দেওয়া হল। এই অভীক্ষাটিতে মোট ৬টি প্রশ্ন বা সমস্যা অভীক্ষার্থীকে সমাধান করতে দেওয়া হয়।

বিনে-সাইমন স্কেল :: ষ্ট্যানফোর্ড রিভিসন
ফর্ম M—বৎসর 11

১। **কারণ নির্ণয়** (Finding Reason)

প্রশ্ন করা হল :—

(ক) কেন ছেলেমেয়েরা তাদের পিতামাতার বাধ্য হবে তার দুটি কারণ দেখাও।

(খ) কেন বৃটিশ দ্বীপপুঞ্জে বহুসংখ্যক রেলপথ থাকা দরকার তার দুটি কারণ দেখাও।

২। **স্মৃতি থেকে একটি পুঁতির মালার পুনর্গঠন**

প্রথমে অভীক্ষক অভীক্ষার্থীদের সামনে ১১টি পুঁতিসম্পন্ন একটি পুঁতির মালা তৈরী করবেন এবং অভীক্ষার্থীকে সেটি ভাল করে দেখতে বলবেন। তারপর সেটি তার সামনে থেকে সরিয়ে নিয়ে অনুরূপ আর একটি মালা তাকে তৈরী করতে বলবেন।

৩। ভাষামূলক অসঙ্গতি (Verbal Absurdities)

নীচের উক্তিগুলি একটির পর একটি অভীক্ষার্থীকে শোনান হল এবং প্রশ্ন করা হল 'এর মধ্যে কোথায় বোকার মত কথা বা অসম্ভব কোন কিছু বলা হয়েছে ?'

(ক) আমি একটি সুসজ্জিত যুবককে হাত দুটো তার পকেটে পুরে একটি আনকোরা নতুন বেতের ছড়ি ঘোরাতে ঘোরাতে যেতে দেখলাম।

(খ) বাবা ছেলেকে লিখছেন "চিঠির মধ্যে দশটি টাকা পাঠালাম। যদি চিঠি না পাও তবে একটা টেলিগ্রাম কোরো।"

(গ) মার্চ করতে করতে একজন সৈনিক অভিযোগ করল যে সে ছাড়া সৈন্যদলের আর সকলেই ভুল পা ফেলছে।

(ঘ) একজন সহৃদয় লোক ঘোড়ায় করে এক বস্তা শস্য শহরে নিয়ে যাচ্ছিল। ঘোড়ার ভার লাঘব করার জন্য সে নিজে ঘোড়ার পিঠে বসে বস্তাটা নিজের কাঁধে তুলে নিল।

(ঙ এক ব্যক্তি তার বন্ধুকে বলল 'আমি কামনা করি যে তোমার কবরের মাটি আঁচড়ায় এমন মুরগীগুলি খাওয়া পর্যন্ত তুমি বেঁচে থাক।'

৪। অমূর্তধর্মী শব্দ (Abstract Word)

প্রশ্ন করা হল ঃ—নীচের শব্দগুলির অর্থ কি ?

(ক) সম্পর্ক (খ) তুলনা করা (গ) জয় করা (ঘ) বাধ্যতা (ঙ) প্রতিহিংসা

৫। তিনটি বস্তুর মধ্যে মিল

প্রশ্ন করা হল ঃ—কোন্ দিক দিয়ে নীচের বস্তুগুলির মধ্যে মিল আছে ?

(ক) সাপ, গরু ও চড়াইপাখী

(খ) গোলাপ, আলু ও গাছ

(গ) পশম, তুলা ও চামড়া

(ঘ) ছুরির ফলা, পয়সা ও তারের টুকরো

(ঙ) বই, শিক্ষক ও খবরের কাগজ

৬। বাক্য মনে রাখা

বলা হল ঃ—ভাল করে শুনে যা বললাম অবিকল তাই বল।

(ক) গ্রীষ্মকালীন ভ্রমণাবাসে ছেলেমেয়েরা সাঁতার কাটতে যাবার জন্য ভোরে ওঠে।

(খ) সেতুর উপর দিয়ে যে পথটা গেছে তাই ধরে কাল আমরা আমাদের গাড়ী করে বেড়াতে গিয়েছিলাম।

ব্যক্তিসত্তার পরিমাপ (Measurement of Personality)

আধুনিক কালে ব্যক্তিসত্তার বিভিন্ন বৈশিষ্ট্য পরিমাপ করার উদ্দেশ্যে নানাপ্রকারের অভীক্ষা গঠন করা হয়েছে।[১] এগুলির দ্বারা ব্যক্তিসত্তার সংলক্ষণের (Trait) প্রকৃতি ও মাত্রার পরিমাপ করা হয়ে থাকে। তাছাড়া আর এক ধরনের ব্যক্তিসত্তার অভীক্ষা আছে যেগুলির দ্বারা বিশেষ কোন ব্যক্তির মনের অপ্রকাশিত দিকগুলির প্রকৃতি জানা যায়। সেগুলির নাম প্রতিফলনমূলক অভীক্ষা (Projective Test)।

এই দু ধরনের ব্যক্তিসত্তা পরিমাপের অভীক্ষাগুলি সম্বন্ধে ইতিপূর্বে বিস্তারিত আলোচনা করা হয়েছে। প্রথম খণ্ডের—পৃঃ ৪৮৮ পৃঃ ৪৯১ দ্রষ্টব্য।

অনুশীলনী

১। শিক্ষায় পরিমাপের প্রয়োজনীয়তা কি বর্ণনা কর। গতানুগতিক পরীক্ষা পদ্ধতির ত্রুটিগুলি কি কি? আধুনিক অভীক্ষা কোন্ কোন্ দিক দিয়ে গতানুগতিক পরীক্ষা পদ্ধতির চেয়ে ভাল?

২। শিক্ষাশ্রয়ী অভীক্ষা কাকে বলে? বুদ্ধির অভীক্ষার সঙ্গে এই অভীক্ষার কি পার্থক্য?

৩। সহজাত শক্তির অভীক্ষা কাকে বলে? বুদ্ধির অভীক্ষার বিভিন্ন বিভাগগুলি বর্ণনা কর।

৪। একটি সু-অভীক্ষার বৈশিষ্ট্যগুলি বর্ণনা কর। কি ভাবে একটি আদর্শায়িত অভীক্ষা (Standardised Test) তৈরী করা যায়? বিভিন্ন সোপানগুলি বর্ণনা কর।

৫। বিনে সাইমন স্কেলের একটি দৃষ্টান্ত দাও।

৬। নীচের অভীক্ষাগুলি সংক্ষেপে বর্ণনা কর।

(ক) অর্জিত জ্ঞান বা দক্ষতার অভীক্ষা (খ) আর্মি বিটা টেষ্ট (গ) বিশেষ শক্তির অভীক্ষা (ঘ) পার্থক্যমূলক দক্ষতার অভীক্ষা।

৭। সম্পাদনী অভীক্ষা কাকে বলে? সম্পাদনী অভীক্ষার দ্বারা কোন্ কোন্ বৈশিষ্ট্যের পরিমাপ করা যায়? কয়েকটি সম্পাদনী অভীক্ষার বর্ণনা দাও।

৮। আগ্রহের অভীক্ষার উদাহরণসহ বর্ণনা দাও।

দুই

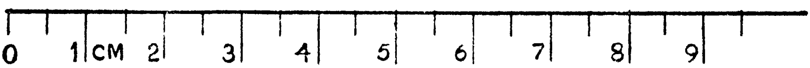
পরিসংখ্যানের স্বরূপ

আমাদের দৈনন্দিন জীবনে বিভিন্ন বস্তু পরিমাপ করার প্রয়োজনীয়তা আমরা প্রতি পদেই অনুভব করে থাকি। যেমন, কতকগুলি বস্তুর মধ্যে কোনটি বেশী ভারী, কোনটি কম ভারী, বা কতকগুলি ছেলের মধ্যে কে বেশী লম্বা, কে কম লম্বা ইত্যাদি ধরনের পরিমাপ করাটা প্রায়ই আমাদের দরকার হয়ে পড়ে। এই পরিমাপ করার একটা সহজ পন্থা হল পরিমাপের বস্তুগুলিকে তাদের বিশেষ গুণ বা ধর্ম অনুযায়ী সারি (Rank) করে সাজান। একে **সারিবিন্যাস** (Ranking) বলা হয়। যেমন, কতকগুলি ছেলেকে তাদের উচ্চতা অনুযায়ী সারিবিন্যাস করা হল, অর্থাৎ সবচেয়ে লম্বা ছেলেটিকে সর্বপ্রথম, তারপর তার চেয়ে যে কম লম্বা তাকে, এইভাবে সব শেষে উচ্চতায় সবচেয়ে ছোট ছেলেটিকে রাখা হল। ঠিক এইভাবেই আমরা সবচেয়ে ভারী জিনিষটাকে প্রথম, তারপর তার চেয়ে কম ভারী, তারপর তার চেয়ে অর একটু কম ভারী, এইভাবে ওজনের দিক দিয়ে কতকগুলি জিনিষকে সারিবিন্যাস করতে পারি। সারিবিন্যাস থেকে আমরা সম্পূর্ণ সারিতে বিশেষ একটি বস্তু বা ব্যক্তির অবস্থান জানতে পারি এবং অন্যান্য বস্তু বা ব্যক্তির অবস্থানের সঙ্গে তার অবস্থানের একটি তুলনামূলক ধারণাও পেতে পারি। কিন্তু সারি থেকে বস্তু বা ব্যক্তির প্রকৃত পরিমাপ আমরা পাই না। যেমন, ছেলেদের উচ্চতার সারি থেকে আমরা জানতে পারি যে উচ্চতার দিক দিয়ে একটি দলের মধ্যে বিশেষ একটি ছেলের অবস্থান কোথায়, কিন্তু জানতে পারি না যে সে প্রকৃতপক্ষে কত লম্বা। ব্যক্তির পরিমাপ আমরা সাধারণত প্রকাশ করে থাকি বিশেষ কোন সংখ্যার সাহায্যে। একে আমরা ব্যক্তির **স্কোর** (Score) বলে থাকি। স্কোর নানা রকমের হতে পারে। যেমন, উচ্চতার বেলায় ব্যক্তির স্কোর সেন্টিমিটার, মিটার ইত্যাদি দিয়ে প্রকাশ করা হয়। ওজনের বেলায় গ্রাম, কিলোগ্রাম ইত্যাদি দিয়ে। তেমনই পরীক্ষায় সাফল্যের স্কোর প্রকাশ করা হয় 30, 40, 50 ইত্যাদি সংখ্যা দিয়ে। বুদ্ধির অভীক্ষায় সাফল্যের স্কোর হল বুদ্ধ্যাঙ্ক। ব্যক্তির যে সকল গুণ, বৈশিষ্ট্য বা কর্মদক্ষতা পরিবর্তনশীল সেগুলিকেই আমরা স্কোর দিয়ে প্রকাশ করতে পারি। কিন্তু যে বৈশিষ্ট্য সকলের ক্ষেত্রে সমান সেগুলিকে স্কোর দিয়ে প্রকাশ করা যায় না। যেমন মানুষের কটা হাত আছে, বা শরীরের কটা হাড় আছে, এগুলির ক্ষেত্রে ব্যক্তির

কোন বিশেষ স্কোর নেই। কেননা এগুলি সকলের ক্ষেত্রেই এক ও অপরিবর্তনীয়। যে সকল গুণ বা বৈশিষ্ট্যকে স্কোর দিয়ে প্রকাশ করা যায় সেগুলিকে সেইজন্য **বিষমরাশি** (Variable) বলা হয়।

স্কেল (Scale) ও একক (Unit)

সাধারণত ব্যক্তির স্কোর কতকগুলি সম-দূরত্ব-বিশিষ্ট সংখ্যার দ্বারা প্রকাশ করা হয়ে থাকে। 1, 2, 3, 4, 5 বা 30, 40, 50, 60 এই সারি দুটিতে সংখ্যাগুলি পরস্পরের সঙ্গে সমদূরত্ব-সম্পন্ন। এই ধরনের সমদূরত্ব-সম্পন্ন সংখ্যাগুলি যখন পাশাপাশি সাজান যায় তখন তাকে স্কেল (Scale) বলা হয়। কোন স্কেলের দুটি পাশাপাশি সংখ্যার মধ্যে বিয়োগ করলে সেই স্কেলের একক (Unit) পাওয়া যায়। যেমন উপরের প্রথম সারিটির একক হল 1, দ্বিতীয় সারিটির একক হল 10।



[সেণ্টিমিটারের স্কেল]

সাধারণত প্রত্যেক স্কেলের দুটি প্রধান বৈশিষ্ট্য আছে। প্রথমত, এর সংখ্যাগুলির দূরত্ব জ্ঞাপন করে একটি নির্দিষ্ট একক এবং দ্বিতীয়ত, স্কেলটির সুরু 0 বিন্দু থেকে। যে কোন একটি সেণ্টিমিটারের রুলার বা ফিতা পরীক্ষা করলে এ তথ্য দুটির প্রমাণ পাওয়া যাবে।

কিন্তু মনোবৈজ্ঞানিক অভীক্ষাগুলির ক্ষেত্রে এর ব্যতিক্রম দেখা যায়। সেখানে স্কেলটির সুরু 0 থেকে হয় না। ফলে আমরা বলতে পারি না যে 60 স্কোরটি 30 স্কোরের চেয়ে দ্বিগুণ ভাল। কিন্তু যে সব স্কেল 0 থেকে সুরু হয় সে সব ক্ষেত্রে আমরা এ ধরনের কথা বলতে পারি, যেমন আমরা বলতে পারি যে 60 মিটার 30 মিটারের ঠিক দ্বিগুণ।

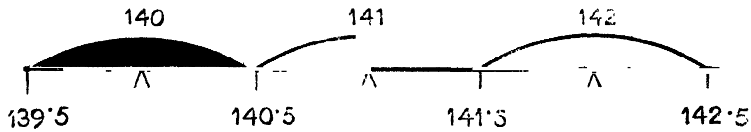
অবিচ্ছিন্ন (Continuous) সারি ও বিচ্ছিন্ন (Discrete) সারি

কোন পরিমাপ থেকে আমরা স্কোরের যে সারিটি পাই সেটি দু'রকমের হতে পারে, অবিচ্ছিন্ন ও বিচ্ছিন্ন। অবিচ্ছিন্ন সারির ক্ষেত্রে দুটি স্কোরের মধ্যে বিরাম বা ছেদটিকে আমরা প্রয়োজন হলে ক্ষুদ্রতর অংশে ভাগ করতে পারি। যেমন 1 টাকা, 2 টাকা, 3 টাকা—এই সারিটির ক্ষেত্রে আমরা 1 টাকা ও 2 টাকার মধ্যে ক্ষুদ্রতর অংশের কল্পনা করতে পারি এবং আমরা সেগুলিকে সংখ্যায় প্রকাশ করতে পারি, যেমন 1·25 টাকা, 1·75 টাকা ইত্যাদি। কিন্তু

বিচ্ছিন্ন সারির ক্ষেত্রে দুটি স্কোরের মধ্যে ব্যবধানকে ক্ষুদ্রতম কোন অংশে প্রকাশ করা যায় না। যেমন 1টি মানুষ, 2টি মানুষ, 3টি মানুষ—এই সারিতে 1টি মানুষ ও 2টি মানুষের মধ্যে কোন বিভাজন চলে না। অর্থাৎ 1·25 বা 1·75 মানুষ সত্যকারের হয় না।

অবিচ্ছিন্ন সারির ক্ষেত্রে স্কোরের অর্থ ও মধ্যবিন্দু নির্ণয়

অবিচ্ছিন্ন সারির স্কেলে পর পর দুটি সংখ্যার মধ্যে যে ব্যবধানটি দেখা যায় সেটি প্রকৃতপক্ষে শূন্য স্থান নয়। প্রত্যেকটি স্কোরকে এমনভাবে ব্যাখ্যা করতে হবে যাতে এই ফাঁকটা ঢাকা পড়ে যায়। যেমন, কেউ যদি কোন কাজে 140 স্কোর পেয়ে থাকে, তবে তার প্রকৃত স্কোর হবে 139·5 থেকে 140·5 পর্যন্ত। সেই রকম 141 স্কোরকে ব্যাখ্যা করতে হবে 140·5 থেকে 141·5 পর্যন্ত। ফলে দেখা যাবে যে 140 এবং 141 এর মধ্যে যে শূন্যস্থান ছিল সেটি এই ব্যাখ্যায় আর রইল না। অর্থাৎ 140, 141, 142, এই সারিটির প্রকৃত ব্যাখ্যা হবে 139·5—140·5 140·5,—141·5, 141·5—142·5। এই ব্যাখ্যায় 140 স্কোরের মধ্যবিন্দু হল 140·0, 141 স্কোরের মধ্যবিন্দু 141·0 ইত্যাদি।



[অবিচ্ছিন্ন স্কোর ও তার মধ্যবিন্দু]

এছাড়া আরও একটি প্রথায় স্কোরের ব্যাখ্যার প্রচলন আছে। সেখানে 140 স্কোরের অর্থ হল 140 থেকে 141 পর্যন্ত, কিন্তু 141 নয়। এই ব্যাখ্যায় স্কোরের মধ্যবিন্দু হল 140·5। তেমনই 141 স্কোরের অর্থ হল 141—142। এই পুস্তকে আমরা স্কোরের প্রথম সংব্যাখ্যানটি গ্রহণ করব।

বিন্যস্ত (Grouped) ও অবিন্যস্ত (Ungrouped) স্কোর

কোন অভীক্ষার প্রয়োগ বা বৈজ্ঞানিক পরীক্ষণ থেকে আমরা এই ধরনের কতকগুলি স্কোর পেয়ে থাকি। যখন স্কোরগুলি সংখ্যায় অল্প হয় তখন সেগুলির মধ্যে তুলনা করা বা সেগুলি সম্বন্ধে একটা সামগ্রিক ধারণা তৈরী করা সম্ভব হয়। কিন্তু যখন স্কোরগুলি সংখ্যায় অনেক হয়ে দাঁড়ায় তখন সেই স্কোরগুলিকে শৃঙ্খলাবদ্ধ ভাবে না সাজালে সেগুলি আমাদের কাছে অর্থহীন থেকে যায় এবং বিশেষ কোন স্কোর সম্বন্ধে কোন রকম তুলনামূলক ধারণা গঠন করাও যায় না। যেমন, একটি কলেজের 100টি ছেলের উপর সাধারণ জ্ঞানের একটি পরীক্ষা

দেওয়া হল এবং পাওয়া গেল 100টি স্কোর। কিংবা কোন সহরের কত লোক সংখ্যা ঠিক করতে গিয়ে পৃথিবীর বড় বড় 100টি সহরের লোকসংখ্যার সূচকরূপে পাওয়া গেল 100টি সংখ্যা। এই স্কোরগুলির তাৎপর্য ঠিকমত বুঝতে হলে এদের আগে সাজিয়ে নিতে হবে। স্কোরগুলিকে পরিসংখ্যান বিজ্ঞানে সাধারণত যেভাবে সাজান হয় তাকে ফ্রিকোয়েন্সী বণ্টন (Frequency Distribution) বলা হয়। এক গুচ্ছ স্কোরকে পরীক্ষা করলে দেখা যাবে যে গুচ্ছের মধ্যে কোন স্কোরটি মাত্র একবার এসেছে, কোনটি আবার একের বেশী বার এসেছে, কোনটি আবার একবারও আসেনি। স্কোরগুচ্ছের মধ্যে কোন একটি স্কোরের এই আবির্ভাবের বার বা সংখ্যাকে **ফ্রিকোয়েন্সী** বলা হয়। যেমন, স্কোরগুচ্ছের মধ্যে যে স্কোরটি মাত্র একবার এসেছে তার ফ্রিকোয়েন্সী 1 ; যেটি 5 বার এসেছে তার ফ্রিকোয়েন্সী 5, আর যে স্কোরটি একবারও আসেনি তার ফ্রিকোয়েন্সী 0। এক গুচ্ছ স্কোরকে তাদের ফ্রিকোয়েন্সী অনুযায়ী সাজানোকে ফ্রিকোয়েন্সী বণ্টন গঠন করা বলা হয়।

ফ্রিকোয়েন্সী বণ্টন গঠনের নিয়ম

ফ্রিকোয়েন্সী বণ্টনে স্কোরগুলিকে তাদের ফ্রিকোয়েন্সী বা আবির্ভাবের বার বা সংখ্যা অনুযায়ী সাজান হয়ে থাকে। এভাবে যখন অবিন্যস্ত (Ungrouped) স্কোরগুচ্ছকে ফ্রিকোয়েন্সী বণ্টনে সাজান হয় তখন তাকে বিন্যস্ত (Grouped) স্কোরগুচ্ছ বলা হয়। ফ্রিকোয়েন্সী বণ্টন তৈরী করার সময় নীচের সোপানগুলি অনুসরণ করতে হয়।

১। প্রথমেই স্কোরগুলির প্রসার বা রেঞ্জ নির্ণয় করতে হয়। বৃহত্তম স্কোর এবং ক্ষুদ্রতম স্কোরের মধ্যে যে ব্যবধান তাকে **প্রসার বা রেঞ্জ** (Range) বলে। একটি স্কোরগুচ্ছের বৃহত্তম স্কোরটি থেকে ক্ষুদ্রতম স্কোরটি বিয়োগ করলে ঐ স্কোরগুচ্ছের রেঞ্জ বা প্রসার পাওয়া যায়।

২। স্কোরগুলিকে সাজানোর জন্য সেগুলিকে কতকগুলি সুনির্দিষ্ট দলে বা শ্রেণীতে ভাগ করতে হয়। এগুলিকে **শ্রেণী ব্যবধান বা ক্লাস ইণ্টারভ্যাল** (Class-interval) নাম দেওয়া হয়েছে। মোট কতগুলি শ্রেণী-ব্যবধান হবে এবং প্রত্যেকটি শ্রেণী-ব্যবধানের আয়তন কত হবে সেটা আগেই নিরূপণ করে নিতে হবে। শ্রেণী-ব্যবধানের সংখ্যা ও আয়তন সাধারণত নির্ভর করে স্কোরগুলির প্রসার বা রেঞ্জের উপর এবং কিছু পরিমাণে স্কোরগুলির প্রকৃতির উপর।

৩। এইবার প্রত্যেকটি স্কোর যে শ্রেণী-ব্যবধানের অন্তর্ভুক্ত সেই শ্রেণী-ব্যবধানে সেটিকে তালিকাভুক্ত করতে হবে।

নীচে ফ্রিকোয়েন্সী বণ্টন গঠনের একটি উদাহরণ দেওয়া হল।

উদাহরণ ঃ—50 জন কলেজের প্রবেশপ্রার্থীকে একটি সাধারণ জ্ঞানের পরীক্ষা দেওয়া হল। পাওয়া গেল নীচের স্কোরগুলি ঃ—

85	66	51	45	66	91	77	64	71	74
47	78	58	†42	70	58	71	67	80	78
73	48	68	87	81	72	65	69	73	79
*97	81	76	87	56	72	62	93	73	84
75	56	76	61	53	72	62	79	68	83

* সর্বোচ্চ স্কোর † সর্বনিম্ন স্কোর

প্রথমে এই স্কোরগুলির প্রসার বা রেঞ্জ বার করা হল। এর বৃহত্তম স্কোর 97 থেকে এর ক্ষুদ্রতম স্কোর 42 বাদ দিয়ে রেঞ্জ পাওয়া গেল 55।

দ্বিতীয় ধাপে এর শ্রেণী-ব্যবধান বা ক্লাস ইণ্টারভ্যাল নির্ণয় করতে হবে। দেখা যাচ্ছে যে এখানে প্রসার বা রেঞ্জ হচ্ছে 55। সাধারণত নিয়ম হচ্ছে যে শ্রেণীব্যবধানের দৈর্ঘ্য এমনভাবে নির্ণয় করতে হবে যাতে সেগুলি সংখ্যায় আটের কম বা পনেরোর বেশী না হয়। অতএব এখানে যদি শ্রেণীব্যবধান 5 নেওয়া হয়, তবে শ্রেণীব্যবধানের সংখ্যা দাঁড়ায় 12টি। 55কে 5 দিয়ে ভাগ করলে পাওয়া যায় 11, এখানে এর উপরও আর একটি শ্রেণীব্যবধান অতিরিক্ত নিতে হবে। তেমনই যদি শ্রেণীব্যবধানের

শ্রেণীব্যবধান	ট্যালি	ফ্রিকোয়েন্সী (f)
95—99	/	1
90—94	//	2
85—89	////	4
80—84	~~////~~	5
75—79	~~////~~ ///	8
70—74	~~////~~ ~~////~~	10
65—69	~~////~~ /	6
60—64	////	4
55—59	////	4
50—54	//	2
45—49	///	3
40—44	/	1
		N = 50

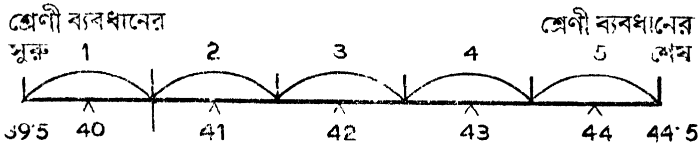
উপরে প্রদত্ত 50টি স্কোরের ফ্রিকোয়েন্সী বণ্টনের বিন্যস্ত রূপ।

দৈর্ঘ্য নেওয়া হয় 3 তবে শ্রেণীব্যবধানের সংখ্যা হয় 19টি এবং যদি শ্রেণীব্যবধানের দৈর্ঘ্য নেওয়া হয় 10 তবে শ্রেণীব্যবধানের সংখ্যা হয় 6টি। এখন 5'ই হল সবচেয়ে উপযোগী শ্রেণীব্যবধানের দৈর্ঘ্য এবং সেই অনুযায়ী ফ্রিকোয়েন্সী বণ্টন গঠন করা হল।

এইবার আমরা স্কোরগুলিকে সেগুলির নিজেদের শ্রেণীব্যবধান অনুযায়ী তালিকাভুক্ত করব। ২৮'র পাতার তালিকাটিতে বাঁদিকের প্রথম স্তম্ভটি হল শ্রেণীব্যবধানের। সবচেয়ে ক্ষুদ্র স্কোরটি আছে সবচেয়ে নিচে, তার উপরে তার চেয়ে বড়, এইভাবে সব উপরে আছে সবচেয়ে বড় শ্রেণীব্যবধানটি। প্রত্যেকটি শ্রেণীব্যবধানের মধ্যে আছে 5টি করে স্কোর। যেমন, 40—44, এই শ্রেণীব্যবধানটির মধ্যে আছে 40, 41, 42, 43 এবং 44, এই 5টি স্কোর। তার উপরের শ্রেণীব্যবধান 45—49টির মধ্যে আছে 45, 46, 47, 48 এবং 49, এই 5টি স্কোর। সব চেয়ে উপরের শ্রেণীব্যবধান 95—99র মধ্যে আছে 95, 96, 97, 98 এবং 99, এই 5টি স্কোর। 29'র পাতার তালিকার দ্বিতীয় স্তম্ভে যে দাগগুলি দেওয়া হয়েছে এগুলিকে ট্যালি (Tally) বলে। যখনই কোন একটি বিশেষ শ্রেণীব্যবধানের মধ্যে একটি বিশেষ স্কোরকে অন্তর্ভুক্ত করা হল তখনই সেই শ্রেণীব্যবধানটির পাশে একটি ট্যালির দাগ দেওয়া হল। যেমন, এখানে প্রথম স্কোর 85 বণ্টনের নীচে থেকে দশম শ্রেণীব্যবধান (85—89)-টির অন্তর্গত। অতএব এই স্কোরটির জন্য ঐ শ্রেণীব্যবধানটির পাশে একটি ট্যালি দাগ দেওয়া হল। তেমনই দ্বিতীয় স্কোর 47 নীচে থেকে দ্বিতীয় শ্রেণীব্যবধান (45—49)-টির অন্তর্গত। অতএব ঐ স্কোরটির জন্য ঐ শ্রেণীব্যবধানটির পাশে একটি ট্যালি দাগ দেওয়া হল। এইভাবে সবগুলি স্কোরের জন্য সেগুলি যে যে শ্রেণীব্যবধানের অন্তর্গত সেই সেই শ্রেণীব্যবধানের পাশে একটি করে ট্যালির দাগ দেওয়া হল। যখন 50টি স্কোরই এ-ভাবে তালিকাভুক্ত করা হয়ে যাবে তখন দেখা যাবে যে ট্যালির সংখ্যাও 50 হয়েছে। 29'র পাতার তালিকার তৃতীয় স্তম্ভে আছে প্রত্যেকটি শ্রেণীব্যবধানের অন্তর্গত স্কোরগুলির ফ্রিকোয়েন্সীর মোট সংখ্যা। বিভিন্ন শ্রেণীব্যবধানের ট্যালিগুলি যোগ করলে সেই শ্রেণীব্যবধানের মোট ফ্রিকোয়েন্সী পাওয়া যাবে। যেমন 75—79 শ্রেণীব্যবধানটির ট্যালিগুলি যোগ করে এই শ্রেণীব্যবধানটির মোট ফ্রিকোয়েন্সী পাওয়া গেল 8, সেইরকম 70—74 শ্রেণীব্যবধানটির মোট ফ্রিকোয়েন্সী হল 10; 65—65 শ্রেণীব্যবধানটির মোট ফ্রিকোয়েন্সী হল 6, ইত্যাদি। ফ্রিকোয়েন্সীগুলির যোগফল থেকে পাওয়া যাবে বণ্টনের মোট সংখ্যা (Number) বা N; এখানে N=50.

ফ্রিকোয়েন্সী বণ্টনে স্কোরগুলিকে তালিকাভুক্ত করার সময় শ্রেণীব্যবধানগুলির প্রকৃত প্রান্ত বা সীমা নির্ণয় করে নিতে হয়। নইলে স্কোরটিকে যে ঠিক কোন্ শ্রেণীব্যবধানের অন্তর্ভুক্ত করতে হবে সেটা নির্ণয় করতে অসুবিধা হবে। প্রত্যেকটি শ্রেণীব্যবধানেরই দুটি প্রান্ত আছে—ঊর্ধ্বপ্রান্ত (Upper limit) এবং নিম্নপ্রান্ত

(Lower limit)। যেমন, 40—44 এই শ্রেণীব্যবধানটির সব নীচে আছে 40 স্কোরটি এবং সব উপরে আছে 44 স্কোরটি। এখন 40 বলতে প্রকৃতপক্ষে বোঝায় 39·5 থেকে 40·5। অতএব এই শ্রেণীব্যবধানটির সুরু 39·5 থেকে।



[40—45 শ্রেণীব্যবধানটির সংব্যাখ্যান]

তেমনই 44'র প্রকৃত ব্যাখ্যা হল 43·5 থেকে 44·5 ; অতএব 40—44 এই শ্রেণীব্যবধানটির প্রকৃত নিম্নপ্রান্ত হল 39·5 এবং ঊর্ধ্বপ্রান্ত হল 44·5।

সেই রকম 45—49 শ্রেণীব্যবধানটির সংব্যাখ্যান করলে দাঁড়ায় 44·5—49·5। 50—54 শ্রেণীব্যবধানটি 49·5—54·5 ইত্যাদি। এখন প্রশ্ন হতে পারে 44 স্কোরটি কোন্ শ্রেণীব্যবধানে পড়বে? 40—44-তে, না 45—49তে। এর উত্তর হল যে আমরা এ ধরনের দুটি শ্রেণীব্যবধানের মধ্যবর্তী স্কোরটিকে নীচের বা উপরের যে কোন শ্রেণীব্যবধানে অন্তর্ভুক্ত করতে পারি। তবে যে নিয়মটা একটি বিশেষ বণ্টনে একবার গ্রহণ করা হবে পরে সেই নিয়মটাই সেই বণ্টনে সব সময় অনুসরণ করতে হবে। বর্তমান বইতে আমরা এই ধরনের স্কোরগুলিকে নীচের শ্রেণীব্যবধানে অন্তর্ভুক্ত করব। অর্থাৎ 44 স্কোরটিকে 40—44'র শ্রেণীব্যবধানে অন্তর্ভুক্ত করব, 49 স্কোরটিকে 45—49 শ্রেণীব্যবধানে অন্তর্ভুক্ত করব ইত্যাদি।

শ্রেণীব্যবধানের মধ্যবিন্দু (Midpoint) নির্ণয়

ফ্রিকোয়েন্সী বণ্টন গঠনের সময় প্রত্যেকটি শ্রেণীব্যবধানে বিশেষ কতকগুলি করে স্কোর তালিকাভুক্ত করা হয়। যেমন 29'র পাতার দৃষ্টান্তে 45—49 শ্রেণীব্যবধানে 5টি স্কোর অন্তর্ভুক্ত হয়েছে। এখন এই 5টি স্কোরেরই প্রতিনিধিত্ব করতে পারে এমন একটি মানের দরকার পড়ে। সাধারণত শ্রেণীব্যবধানটির মধ্যবিন্দুকে ঐ শ্রেণীব্যবধানটির এই ধরনের প্রতিনিধিমূলক মানরূপে গ্রহণ করা হয়। অর্থাৎ যে কোন শ্রেণীব্যবধানের অন্তর্গত স্কোরগুলির প্রত্যেকটির মান ঐ শ্রেণীব্যবধানের মধ্যবিন্দুর সমান বলে ধরে নেওয়া হয়। যেমন 45—49 শ্রেণীব্যবধানের অন্তর্গত 5টি স্কোরেরই মান হল ঐ শ্রেণীব্যবধানের মধ্যবিন্দু 47। মধ্যবিন্দু নির্ণয়ের সূত্র হল—

মধ্যবিন্দু = শ্রেণীব্যবধানের নিম্নপ্রান্ত + ঊর্ধ্বপ্রান্ত - নিম্নপ্রান্ত

এই সূত্রটি উপরের দৃষ্টান্তে প্রয়োগ করে আমরা পাই

45—49 শ্রেণীব্যবধানটির মধ্যবিন্দু $= 44\cdot5 + \frac{49\cdot5 - 44\cdot5}{2} = 44\cdot5 + 2\cdot5 = 47$

মধ্যবিন্দু নির্ণয়ের বিকল্প পন্থা

নিম্নলিখিত পন্থাতেও মধ্যবিন্দু নির্ণয় করা যায়। যথা

$$\text{মধ্যবিন্দু} = \frac{\text{ঊর্ধ্বপ্রান্ত} + \text{নিম্নপ্রান্ত}}{2} = \frac{49 \cdot 5 + 44 \cdot 5}{2} = \frac{94}{2} = 47$$

শ্রেণীব্যবধান লিখনের তিনটি পন্থা

একটি শ্রেণীব্যবধানকে কিভাবে লিখতে হয় উপরে তার একটি পদ্ধতির বর্ণনা করা হল। এ ছাড়াও আরও দুটি পন্থায় একটি শ্রেণীব্যবধান লেখা যেতে পারে। যেমন, 40—44 এই শ্রেণীব্যবধানটিকে আমরা (ক) 40 থেকে 45, (খ) 39·5 থেকে 44·5 এবং (গ) 40 থেকে 44, এই তিন উপায়ে লিখতে পারি। এর মধ্যে (খ)'র পন্থাটি সবচেয়ে নিখুঁত, কিন্তু লিখতে সময় এবং শ্রম বেশী লাগে বলে (ক) এবং (গ)'র পন্থা দুটি সাধারণত অনুসৃত হয়। আমরা এ বইতে (গ) পদ্ধতিটিরই অনুসরণ করব। নীচে তিন রকম পন্থা ব্যবহার করে একটি ফ্রিকোয়েন্সী বণ্টন গঠন করা হল।

(ক) শ্রেণী ব্যবধান	মধ্য বিন্দু	f	(খ) শ্রেণী ব্যবধান	মধ্য বিন্দু	f	(গ) শ্রেণী ব্যবধান	মধ্য বিন্দু	f
95—100	97	1	94·5—99·5	97	1	95—99	97	1
90—95	92	2	89·5—94·5	92	2	90—94	92	2
85—90	87	4	84·5—89·5	87	4	85—89	87	4
80—85	82	5	79·5—84·5	82	5	80—84	82	5
75—80	77	8	74·5—79·5	77	8	75—79	77	8
70—75	72	10	69·5—74·5	72	10	70—74	72	10
65—70	67	6	64·5—69·5	67	6	65—69	67	6
60—65	62	4	59·5—64·5	62	4	60—64	62	4
55—60	57	4	54·5—59·5	57	4	55—59	57	4
50—55	52	2	49·5—54·5	52	2	50—54	52	2
45—50	47	3	44·5—49·5	47	3	45—49	47	3
40—45	42	1	39·5—44·5	42	1	40—44	42	1
		N=50			N=50			N=50

ফ্রিকোয়েন্সী বণ্টনের চিত্ররূপ—ফ্রিকোয়েন্সী পলিগন ও হিষ্টোগ্রাম

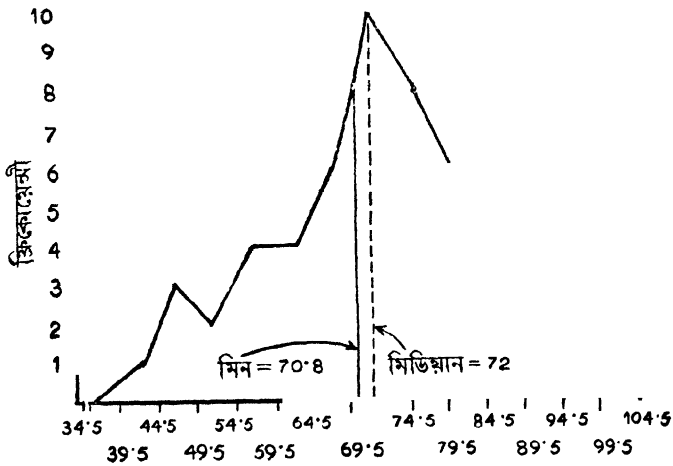
অবিন্যস্ত স্কোরগুলিকে ফ্রিকোয়েন্সী অনুযায়ী সাজিয়ে যে ফ্রিকোয়েন্সী বণ্টন

গঠন করা হয় সেটিকে নানা উপায়ে চিত্রে রূপান্তরিত করা যায়। সেগুলির মধ্যে দুটি সুপ্রচলিত পদ্ধতির নাম হল, ফ্রিকোয়েন্সী পলিগন বা বহুভুজ (Frequency Polygon) এবং হিস্টোগ্রাম বা স্তম্ভচিত্র (Histogram)।

ফ্রিকোয়েন্সী পলিগন (Frequency Polygon) গঠনের নিয়ম

ফ্রিকোয়েন্সী পলিগন বা হিস্টোগ্রাম, যে কোন চিত্র আঁকতে গেলে প্রথমে একটি অধঃরেখা (Base line) ঠিক করে নিতে হবে। এই অধঃরেখার সর্ব বামপ্রান্তে লম্বভাবে আর একটি রেখা টানতে হবে। বীজগণিতের চিত্র আঁকার সময় যে দুটি রেখাকে x-অক্ষরেখা এবং y-অক্ষরেখা বলা হয় আমাদের অধঃরেখা ও লম্বরেখাটিও সে দুটির সঙ্গে অভিন্ন।

এখন নীচের অধঃরেখা বা x-অক্ষরেখার উপর শ্রেণীব্যবধানগুলি পর পর বসাতে হবে এবং লম্বরেখা বা y-অক্ষরেখার উপর ফ্রিকোয়েন্সীগুলি ছকতে হবে। শ্রেণীব্যবধান-গুলি অধঃরেখায় বসাবার সময় সেগুলির প্রকৃত প্রান্তগুলির উল্লেখ করতে হবে।



[29'এর পাতার 50টি স্কোরের বণ্টনের ফ্রিকোয়েন্সী পলিগন]

এর পরের ধাপে চিত্রটিতে প্রত্যেকটি শ্রেণীব্যবধানের ফ্রিকোয়েন্সীর অবস্থান নির্ণয় করতে হবে এবং সেইমত সেইগুলিকে চিত্রে ছকে নিতে হবে। যেমন, দেখা যাচ্ছে 40—44 (অর্থাৎ 39·5—44·5) শ্রেণীব্যবধানটির ফ্রিকোয়েন্সী 1; এটিকে আঁকতে হলে প্রথমে x-অক্ষরেখায় ঐ শ্রেণীব্যবধানের মধ্যবিন্দু অর্থাৎ 42 স্কোরে পেঁছিতে হবে। তারপর ঐ বিন্দুটির উপর লম্বভাবে y-অক্ষরেখার সমান্তরাল করে 1 একক ঘর উপরের দিকে গুনতে হবে এবং তার ফলে যে বিন্দুটি পাওয়া যাবে সেইটি হবে ঐ চিত্রে ঐ শ্রেণীব্যবধানটির ফ্রিকোয়েন্সীর অবস্থানমূলক বিন্দু।

সেইভাবে পরের শ্রেণীব্যবধানটি 45—49 (অর্থাৎ 44·5—49·5)'র অন্তর্গত হল 3টি স্কোর। এখানে ঐ শ্রেণীব্যবধানটির মধ্যবিন্দু 47'র ঠিক উপরে y-অক্ষরেখার সমান্তরাল করে 3টি একক ঘর গুনে ঐ ফ্রিকোয়েন্সীটির অবস্থান ছকতে হবে। এই ভাবে আমাদের সব কটি শ্রেণীব্যবধানের ফ্রিকোয়েন্সীর অবস্থানগুলি ছকে ফেলতে হবে এবং প্রত্যেকটি ফ্রিকোয়েন্সীর জন্য আমরা চিত্রটিতে একটি করে বিন্দু পাব। তারপর সেই বিন্দুগুলিকে সরলরেখা দিয়ে যোগ করলে ফ্রিকোয়েন্সী পলিগনটি পাওয়া যাবে। মনে রাখতে হবে যে ফ্রিকোয়েন্সী পলিগনে প্রত্যেকটি শ্রেণীব্যবধানের মধ্যবিন্দুকেই ঐ শ্রেণীব্যবধানে প্রতিনিধিসূচক বিন্দু বলে ধরে নেওয়া হবে এবং মধ্যবিন্দুর উপর অঙ্কিত লম্বরেখাতেই ফ্রিকোয়েন্সীর বিন্দুটি ছকতে হবে।

ফ্রিকোয়েন্সী পলিগনের ক্ষেত্রে ফ্রিকোয়েন্সীসূচক বিন্দুগুলিকে সরলরেখা দিয়ে যোগ করলে যে চিত্রটি পাওয়া যায় সেটি অধঃরেখা বা x-অক্ষরেখাকে স্পর্শ করে না এবং কিছুটা উপরে শূন্যে ঝুলে থাকে। চিত্রটিকে সম্পূর্ণ করার জন্য x-অক্ষরেখার বাম প্রান্তে একটি শ্রেণীব্যবধান এবং ডানপ্রান্তে একটি শ্রেণীব্যবধান বেশী নেওয়া হয়ে থাকে। এই অতিরিক্ত দুটি শ্রেণীব্যবধানেরই ফ্রিকোয়েন্সী স্বভাবত 0 বলে এদের মধ্যবিন্দুগুলি x অক্ষরেখার উপরেই অবস্থিত। এই দুটি মধ্যবিন্দুর সঙ্গে চিত্রটিকে সংযুক্ত করলেই পূর্ণাঙ্গ ফ্রিকোয়েন্সী পলিগনটি পাওয়া যাবে। পূর্ব পৃষ্ঠার চিত্রটি দ্রষ্টব্য।

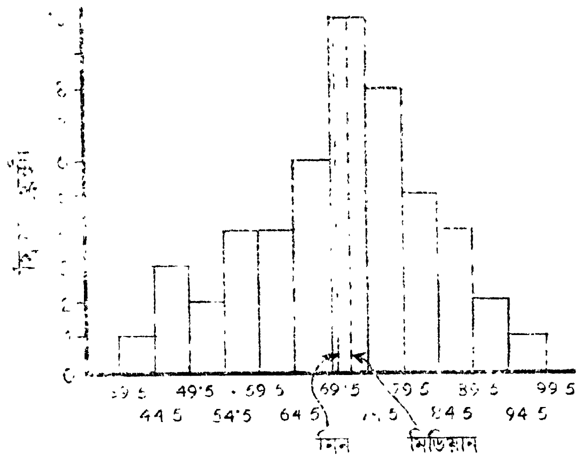
75%'র সূত্র

যাতে ফ্রিকোয়েন্সী পলিগনটি আকৃতিতে সামঞ্জস্যপূর্ণ ও সুষম হয় সেজন্য শ্রেণীব্যবধানের দূরত্ব এবং ফ্রিকোয়েন্সীর সর্বোচ্চ মান—এই দুটি বিবেচনা করে x-অক্ষরেখা ও y-অক্ষরেখার এককগুলি নির্বাচিত করতে হয়। যেমন, যদি x-অক্ষরেখার একক ছোট হয় এবং সে অনুপাতে y-অক্ষরেখার একক বড় নেওয়া হয় তবে পলিগনটি অস্বাভাবিকভাবে লম্বা হয়ে যাবে। আবার যদি x-অক্ষরেখার একক বড় হয় সেই অনুপাতে y-অক্ষরেখার একক ছোট হয় তবে পলিগনটি ছোট ও উপরের দিকে চ্যাপ্টা দেখাবে। সেই জন্য y-অক্ষরেখায় অঙ্কিত শ্রেণী-ব্যবধানগুলির দৈর্ঘ্য ও x-অক্ষরেখায় অঙ্কিত ফ্রিকোয়েন্সীর সর্বোচ্চ উচ্চতা—এ'দুয়ের মধ্যে একটা সামঞ্জস্যপূর্ণ অনুপাত রাখার চেষ্টা করা হয় এবং সাধারণভাবে দেখা হয় যে পলিগনটির উচ্চতা যেন তার অধঃরেখার মোট দৈর্ঘ্যের 75% বা তার কাছাকাছি হয়। একে 75%'র সূত্র বা নিয়ম বলা হয়।

হিস্টোগ্রাম (Histogram) গঠনের নিয়ম

ফ্রিকোয়েন্সী বণ্টনের আর একটি চিত্ররূপকে হিস্টোগ্রাম বা স্তম্ভচিত্র বলা হয়। 29'র পৃষ্ঠার ঐ একই বণ্টনের একটি হিস্টোগ্রাম বা স্তম্ভচিত্র পর পৃষ্ঠায় আঁকা হয়েছে।

ফ্রিকোয়েন্সী পলিগনের মত হিস্টোগ্রামেও অধঃরেখা বা x-অক্ষরেখায় শ্রেণী-ব্যবধানগুলিকে ছকে নেওয়া হয়। বামপ্রান্তের লম্বরেখায় বা y-অক্ষরেখায় ফ্রিকোয়েন্সীগুলিও একই ভাবে ছকা হয়। এইবার প্রত্যেকটি শ্রেণীব্যবধানের ফ্রিকোয়েন্সীসূচক বিন্দুটি y-অক্ষরেখায় গুনে বার করতে হয় এবং সেই বিন্দুটিকে ঊর্ধ্বসীমা ধরে x-অক্ষরেখায় ঐ শ্রেণীব্যবধানটির উপর একটি আয়তক্ষেত্র আঁকতে হয়। প্রত্যেকটি আয়তক্ষেত্রের বিস্তার হবে শ্রেণীব্যবধানের দৈর্ঘ্যের সমান এবং যেহেতু সমস্ত শ্রেণীব্যবধানের দৈর্ঘ্য একই, আয়তক্ষেত্রগুলির প্রস্থ বা প্রসার সব ক্ষেত্রেই



[29'র পৃষ্ঠার 50টি স্কোরের ফ্রিকোয়েন্সী বণ্টনের হিস্টোগ্রাম]

এক হবে। কিন্তু আয়তক্ষেত্রগুলির উচ্চতা হবে সেই বিশেষ বিশেষ শ্রেণীর অন্তর্গত স্কোরের সংখ্যা বা ফ্রিকোয়েন্সীর সংখ্যা অনুযায়ী। ফলে বিভিন্ন শ্রেণীব্যবধানের আয়তক্ষেত্রের উচ্চতা বিভিন্ন হবে।

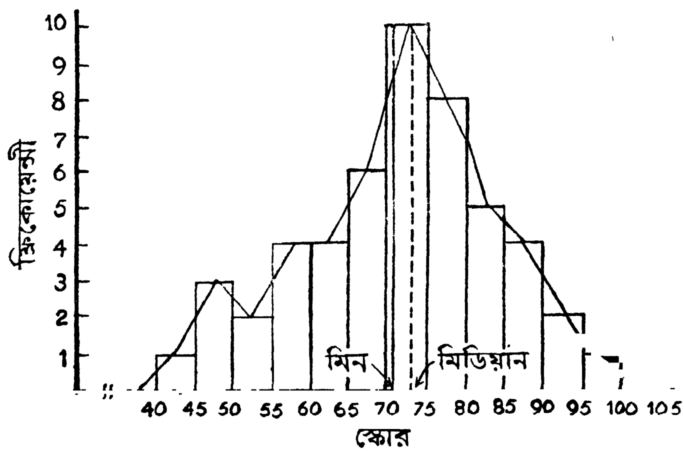
উপরের দৃষ্টান্তে প্রথম শ্রেণীব্যবধান 40 – 44 (অর্থাৎ 39·5—44·5)'র ফ্রিকোয়েন্সী হল 1। অতএব ঐ শ্রেণীব্যবধানের উপরে y-অক্ষরেখায় 1 একক ঘর গুনে নিয়ে ঐ উচ্চতা পর্যন্ত একটি আয়তক্ষেত্র আঁকা হল। সেই রকম 45—49 (অর্থাৎ 44·5—49·5) শ্রেণীব্যবধানের ফ্রিকোয়েন্সী হল 3 ; অতএব ঐ শ্রেণীব্যবধানের উপর y-অক্ষরেখায় 3 একক ঘর গুনে ঐ উচ্চতা পর্যন্ত একটি আয়তক্ষেত্র আঁকা হল। এইভাবে সব কটি শ্রেণীব্যবধানের উপর আয়তক্ষেত্র আঁকলেই এই বণ্টনটির হিস্টোগ্রাম বা স্তম্ভচিত্রটি সম্পূর্ণ হবে।

ফ্রিকোয়েন্সী পলিগন ও হিস্টোগ্রাম উভয়ের বেলাতেই চিত্রের মধ্যবর্তী ক্ষেত্রটির দ্বারা বণ্টনের সমগ্র ফ্রিকোয়েন্সীকে (যা N অক্ষর দ্বারা চিহ্নিত হয়ে থাকে) বোঝায়। তবে ফ্রিকোয়েন্সী পলিগনের ক্ষেত্রে প্রত্যেকটি শ্রেণীব্যবধানের ফ্রিকোয়েন্সীকে স্বতন্ত্র

ভাবে বোঝাবার কোন ব্যবস্থা নেই। কিন্তু হিস্টোগ্রামের প্রত্যেকটি আয়তক্ষেত্র এক একটি শ্রেণীব্যবধানের অন্তর্গত ফ্রিকোয়েন্সীকে বুঝিয়ে থাকে। সে দিক দিয়ে সমগ্র ফ্রিকোয়েন্সীর সঙ্গে বিভিন্ন শ্রেণীব্যবধানের ফ্রিকোয়েন্সীর অনুপাতের একটি নিখুঁত ধারণা হিস্টোগ্রাম থেকেই পাওয়া যায়।

ফ্রিকোয়েন্সী পলিগন ও হিস্টোগ্রামের অভিস্থাপন

একই অক্ষরেখার উপর একই বা বিভিন্ন বণ্টনের দুটি পলিগন বা দুটি হিস্টোগ্রাম বা একটি পলিগন এবং অপরটি হিস্টোগ্রাম আঁকা যেতে পারে। সাধারণতঃ দুটি বিভিন্ন ফ্রিকোয়েন্সী বণ্টনের মধ্যে তুলনার সময় একটি পলিগন ও অপরটির হিস্টোগ্রাম একই অক্ষরেখার উপর এঁকে সে দুটির মধ্য মিল ও অমিল পর্যবেক্ষণ



[29'র পৃষ্ঠার 50টি স্কোরের বণ্টনের ফ্রিকোয়েন্সী পলিগন ও হিস্টোগ্রাম একই অক্ষরেখায় অভিস্থাপন করা হয়েছে]

করা হয়ে থাকে। এই ধরনের অভিস্থাপনের দ্বারা দুটি বণ্টনের অতি চমৎকার একটি তুলনামূলক সামগ্রিক ধারণা পাওয়া যায়। উপরের চিত্রটি দ্রষ্টব্য।

দশমিক সংখ্যার সংবৃতকরণ (Rounding of Decimals)

দশমিক-বিশিষ্ট সংখ্যাগুলিকে প্রায়ই সংক্ষিপ্ত বা সংবৃত করার দরকার পড়ে। এর জন্য একটা নিয়ম অনুসরণ করা হয়। যেমন, 7·8456 সংখ্যাকে দু'ঘর দশমিকে সংবৃত করলে দাঁড়ায় 7·85, তেমনই একঘর দশমিকে 7·8। সংবৃতকরণের এই নিয়মটি হল যে যে সংখ্যা পর্যন্ত সংবৃত করা হবে যদি তার পরে 5 বা 5'র

বেশী সংখ্যা থাকে তাহলে ঠিক পূরোবর্তী সংখ্যাটি এক অঙ্ক বেড়ে যাবে। আর যদি পরবর্তী সংখ্যাটি 5'র কম হয় তাহলে পূরোবর্তী সংখ্যার কোন রকম পরিবর্তন করার দরকার পড়ে না। যেমন, 6·456 এবং 8·6473কে দু'ঘর দশমিকে সংবৃত করলে দাঁড়াবে 6·46 এবং 8·65, কিন্তু 8·6443কে দু'ঘর দশমিকে সংবৃত করলে দাঁড়াবে 8·64।

অনুশীলনী

1. নীচের বিষম রাশিগুলির মধ্যে কোন্টি অবিচ্ছিন্ন সারি এবং কোন্টি বিচ্ছিন্ন সারির অন্তর্ভুক্ত বল : (ক) সময় (খ) কোন বড় ব্যবসায় প্রতিষ্ঠানের বেতন (গ) কোন বিদ্যালয়ের শ্রেণীর ছাত্রসংখ্যা (ঘ) বয়স (ঙ) আদমসুমারির তথ্য (চ) একটি রেলগাড়ি যতটা দূরত্ব ভ্রমণ করেছে (ছ) ক্রিকেটের স্কোর (জ) ওজন (ঝ) ১০০টি বইয়ের পৃষ্ঠা সংখ্যা (ঞ) বুদ্ধ্যঙ্ক।

2. প্রদত্ত স্কোরগুলির উর্ধ্বপ্রান্ত এবং নিম্নপ্রান্ত লেখ : 64, 8, 365, 1, 86, 165

3 নীচে কতকগুলি স্কোরগুচ্ছের প্রসার (Range) দেওয়া আছে। প্রত্যেকটির ক্ষেত্রে ফ্রিকোয়েন্সী বন্টন তৈরী করতে হলে শ্রেণীব্যবধানের আয়তন কত বড় হবে এবং শ্রেণীব্যবধানের সংখ্যা কত হবে বল।

বিস্তার	শ্রেণীব্যবধানের আয়তন	শ্রেণীব্যবধানের সংখ্যা
15 থেকে 87		
0 থেকে 46		
110 থেকে 211		
65 থেকে 152		
3 থেকে 13		

4. নীচে প্রদত্ত শ্রেণীব্যবধানগুলির ক্ষেত্রে (ক) প্রান্ত এবং নিম্নপ্রান্ত এবং (খ) মধ্যবিন্দু গণনা কর।

45—47	160—164	63—67	0—9
1—4	80—89	15—16	26—29

5. নীচের 15টি স্কোরকে একটি ফ্রিকোয়েন্সী বন্টনে নিয়ে যাও। শ্রেণীব্যবধানের আয়তন 3 নেবে এবং প্রথম শ্রেণীব্যবধানটি 60 দিয়ে আরম্ভ করবে।

72	75	80	81	60
82	67	76	85	62
75	64	83	79	61

6. শ্রেণীব্যবধানের দৈর্ঘ্য (ক) তিন (খ) পাঁচ এবং (গ) দশ ধরে নীচের স্কোরগুলিকে তিনটি ফ্রিকোয়েন্সী বন্টনে নিয়ে যাও। প্রথম শ্রেণীব্যবধানটি 45 দিয়ে সুরু করবে।

63	78	76	58	95
46	78	92	86	88
74	65	73	72	91
78	70	75	84	99
87	86	93	89	76

7. পূর্বপৃষ্ঠার প্রশ্নসংখ্যা 5 এবং 6-'র ফ্রিকোয়েন্সী বণ্টন দুটির ফ্রিকোয়েন্সী পলিগন এবং হিস্টোগ্রাম আঁক।

8. শ্রেণী ব্যবধানের দৈর্ঘ্য 3, 5 এবং 10 ধরে নীচের 100টি স্কোরের বণ্টন আঁক। প্রথম শ্রেণীব্যবধানটি 45 দিয়ে শুরু কর।

90	85	85	96	72
81	84	81	83	92
80	86	86	78	71
85	103	81	78	98
92	83	72	98	110
73	75	85	74	95
69	76	81	105	73
82	86	83	63	56
95	84	90	73	75
73	86	82	71	94
63	78	76	58	95
78	86	80	96	94
46	78	92	86	88
82	101	102	70	50
76	65	73	72	91
103	90	87	74	83
78	75	70	84	98
86	73	85	99	93
103	90	79	81	83
87	86	93	69	76

9. নীচের স্কোরগুলিকে একটি ফ্রিকোয়েন্সী বণ্টনে নিয়ে যাও।

64	72	70	73	72
69	72	76	86	67
84	63	76	65	77
67	71	82	78	75
61	83	67	81	72

10. শ্রেণীব্যবধানের দৈর্ঘ্য 5 ধরে নীচের স্কোরগুচ্ছ দুটির দুটি ফ্রিকোয়েন্সী বণ্টন তৈরী কর। প্রথম গুচ্ছটির বণ্টনটি 45 দিয়ে এবং দ্বিতীয় গুচ্ছটি 50 দিয়ে শুরু কর।

First Set (N=64)

70	71	67	90	51	73	90
67	79	81	81	58	76	72
51	76	76	90	71	72	62
89	90	76	71	88	66	81
91	91	65	63	65	76	
79	80	71	76	54	80	
72	63	87	91	90	45	
69	66	80	79	71	75	
58	50	47	67	67	52	
64	88	54	70	80	92	

Second Set (N=46)

84	70	78	58	84
80	74	86	52	74
90	87	92	78	62
82	76	85	85	90
84	79	54	94	81
70	97	65	66	77
89	69	56	57	
77	78	71	63	
62	95	65	71	
79	85	70	71	

11. কোন পরীক্ষায় 45 জন শিক্ষার্থী নীচের যে মার্কসগুলি পেয়েছে সেগুলির ফ্রিকোয়েন্সী বণ্টনের ফ্রিকোয়েন্সী পলিগন এবং হিস্টোগ্রাম আঁক।

22	23	29	21	19
	26	30	26	25
29	30	30	23	20
21	31	20	28	28
30	24	24	24	20
28	26	28	26	24
24	22	25	26	27
31	32	35	21	17
27	23	25	34	15

12. শ্রেণীব্যবধানের দৈর্ঘ্য তিন ধরে নীচের 25টি স্কোরের একটি ফ্রিকোয়েন্সী বণ্টন আঁক। প্রথম শ্রেণীব্যবধানটি 60 দিয়ে শুরু কর। বণ্টনটিকে চিত্রাকারে নিয়ে যাও।

72	83	78	67	75	67	72	73	64
81	61	82	77	63	86	69	70	
67	75	71	65	84	76	72	72	

13. উপরের বণ্টন দুটির একই অক্ষরেখায় দুটি ফ্রিকোয়েন্সী পলিগন আঁক।

14. প্রশ্নসংখ্যা 8 এবং 9এ প্রদত্ত স্কোরগুলির ফ্রিকোয়েন্সী পলিগন এবং হিস্টোগ্রাম আঁক।

15. শ্রেণীব্যবধানের দৈর্ঘ্য 10 ধরে প্রশ্ন 8'র 100টি স্কোরের একটি ফ্রিকোয়েন্সী পলিগন আঁক। ঐ একই অক্ষ ব্যবহার করে ঐ পলিগনটির উপর একটি হিস্টোগ্রাম অভিস্থাপন কর।

16. নীচের রাশিগুলি দুই দশমিক ঘরগুলি পর্যন্ত সংবৃত কর।

3·5872	74·168	126·83500
67·9223	25·193	81·72558

তিন

কেন্দ্রীয় প্রবণতা (Central Tendency)

কোন পরীক্ষণ বা পর্যবেক্ষণ থেকে পাওয়া অবিন্যস্ত স্কোরগুলিকে ফ্রিকোয়েন্সী বণ্টনে সাজানোর পর সেগুলির কেন্দ্রীয় প্রবণতার (Central Tendency) একটা পরিমাপ বার করা হয়। কোন বণ্টনের কেন্দ্রীয় প্রবণতা বলতে বোঝায় এমন একটি অঙ্ক যেটি সমস্ত স্কোরের প্রতিনিধিরূপে কাজ করতে পারে। ধরে নেওয়া হচ্ছে যে স্কোরগুলির মধ্যে বিভিন্নতা থাকলেও যখন তারা একটি বণ্টনের অন্তর্গত তখন তাদের বিশেষ একটা কেন্দ্রের দিকে যাবার প্রবণতা আছে। একেই কেন্দ্রীয় প্রবণতা বলা হয়। কেন্দ্রীয় প্রবণতার কোন একটা নির্দিষ্ট পরিমাপ পেলে দুটি উপকার হয়। প্রথমত, যে দলটির কাছ থেকে স্কোরগুলি পাওয়া গেছে তাদের কাজের একটি সামগ্রিক অথচ সংক্ষিপ্ত বর্ণনা পাওয়া যায়। দ্বিতীয়ত, কেন্দ্রীয় প্রবণতার পরিমাপের সাহায্যে দুই বা তার বেশী দলের মধ্যে তুলনা করা সম্ভব হয়। সাধারণত পরিসংখ্যান শাস্ত্রে কেন্দ্রীয় প্রবণতার পরিমাপের তিন শ্রেণীর পদ্ধতি প্রচলিত আছে, যথা, (১) **গাণিতিক মিন** (Arithmetic Mean), (২) **মিডিয়ান** (Median) এবং (৩) **মোড** (Mode)।

১। মিন নির্ণয়ের পন্থা (Calculation of Mean)

কেন্দ্রীয় প্রবণতা পরিমাপের পদ্ধতিগুলির মধ্যে মিনই সবচেয়ে বেশী প্রচলিত। মিন বার করার নিয়ম হল সমস্ত স্বতন্ত্র স্কোরগুলিকে যোগ করে সেগুলির যোগফলকে স্কোরের মোট সংখ্যা দিয়ে ভাগ করা। সূত্রটি হল—

$$M = \frac{\sum X}{N}$$

[এখানে M = মিন, N = স্কোরগুলির মোট সংখ্যা ; X = স্কোর ; $\sum$ = যোগফল]

উদাহরণ ঃঃ এক ভদ্রলোক পর পর পাঁচ মাসে আয় করলেন যথাক্রমে, 400, 350, 500, 625, 525 টাকা। তাঁর আয়ের মিন বার কর।

$$\text{তাঁর আয়ের মিন} = \frac{400+350+500+625+525}{5} = 480 \text{ টাকা}$$

মিন নির্ণয়ের উপরের সূত্রটি প্রয়োগ করা যাবে যখন স্কোরগুলি অবিন্যস্ত অবস্থায় থাকবে। কিন্তু যখন স্কোরগুলিকে ফ্রিকোয়েন্সী বণ্টনের রূপে সাজানো হয়ে যাবে,

তখন উপরের সূত্রটি প্রয়োগ করা সম্ভব হবে না। কেননা ফ্রিকোয়েন্সী বণ্টনে স্কোরগুলিকে কতকগুলি শ্রেণীব্যবধানের মধ্যে বণ্টন করে দেওয়া হয় এবং বিভিন্ন শ্রেণীব্যবধানের অন্তর্ভুক্ত স্কোরের সংখ্যাকে ফ্রিকোয়েন্সীর (f) সংখ্যা দিয়ে বোঝান হয়। তাছাড়া প্রত্যেকটি শ্রেণীব্যবধানের অন্তর্গত স্কোরকে বোঝান হয় ঐ শ্রেণীব্যবধানটির মধ্যবিন্দুর দ্বারা। অতএব প্রত্যেকটি শ্রেণীব্যবধানের স্কোরের মোট যোগফল পেতে হলে তার মধ্যবিন্দুটিকে তার ফ্রিকোয়েন্সী (f) দিয়ে গুণ করতে হবে। এভাবে প্রত্যেকটি শ্রেণীব্যবধানের fX নির্ণয় করা হবে। তারপর fX-গুলির যোগফলকে $\sum fX$ কে মোট সংখ্যা বা N দিয়ে ভাগ করলে বণ্টনটির মিন পাওয়া যাবে। অতএব ফ্রিকোয়েন্সী বণ্টনের ক্ষেত্রে মিন বার করার সূত্র হল,

$$M=\frac{\sum fX}{N}$$

29'র পৃষ্ঠায় 50টি স্কোরের ফ্রিকোয়েন্সী বণ্টনের মিন বার করতে হলে প্রত্যেক শ্রেণীব্যবধানের fX বার করতে হবে। যেমন 40—44 শ্রেণীব্যবধানটির fX হল 42, 45—49, শ্রেণীব্যবধানটির fX হল 141 ইত্যাদি। এই fX-গুলির যোগফল 3540 এবং এই fX'র যোগফলকে মোটসংখ্যা বা N দিয়ে ভাগ করলে পাওয়া যাবে মিন। এখানে মিন হল $\frac{3540}{50}=70{\cdot}80$

উদাহরণ : 29'র পৃষ্ঠার 50টি স্কোরের ফ্রিকোয়েন্সী বণ্টনের মিন নির্ণয়।

শ্রেণীব্যবধান	মধ্যবিন্দু	f		fX
95—99	97	1		97
90—94	92	2		184
85—89	87	4		348
80—84	82	5		410
75—79	77	8	20	616
70—74	72	10		720
65—69	67	6	20	402
60—64	62	4		248
55—59	57	4		228
50—54	52	2		104
45—49	47	3		141
40—44	42	1		42
		N=50		3540

N/2=25

$$\text{মিন} = \frac{\sum fX}{N} = \frac{3540}{50} = 70{\cdot}80$$

মিডিয়ান $= 69{\cdot}5 + \frac{5}{10} \times 5 = 72{\cdot}00$;

স্থূল মোড $= 70 - 74$'র শ্রেণীব্যবধানটির মধ্যবিন্দু $= 72{\cdot}00$;

প্রকৃত মোড $= 74{\cdot}40$

মিডিয়ান নির্ণয়ের পন্থা (Calculation of Median)

স্কোরগুলি যখন অবিন্যস্ত থাকে অর্থাৎ যখন স্কোরগুলিকে ফ্রিকোয়েন্সী বণ্টনে সাজান হয় না তখন স্কোরগুলির মিডিয়ান নির্ণয় করার নিয়ম হল নিম্নরূপ ঃ—

স্কোরগুলিকে তাদের আয়তন বা মান অনুযায়ী সাজিয়ে নিলে যে সারিটি পাওয়া যায় তার মধ্যবিন্দুটি হবে স্কোরগুলির মিডিয়ান। উদাহরণস্বরূপ 6, 8, 7, 10, 11, 7, 9—এই স্কোরগুলির মিডিয়ান বার করতে হলে এগুলিকে প্রথমে এদের আয়তন অনুযায়ী সাজিয়ে একটি সারিতে নিয়ে যেতে হবে। যেমন,

6 7 7 (৮) 9 10 11

এবার এই সারিতে 8 স্কোরটির উপরে আছে তিনটি স্কোর, নীচে আছে তিনটি স্কোর। অতএব 8 হল এই স্কোরগুলির মধ্যবিন্দু বা মিডিয়ান।

বিজোড় সংখ্যাসম্পন্ন সারিতে মিডিয়ান নির্ণয় করা সহজ। জোড়-সংখ্যাসম্পন্ন সারিতে মিডিয়ান বার করতে হলে এই মধ্যবিন্দুটি সরাসরি পাওয়া যায় না। সেটিকে গণনা করে নিতে হয়। যেমন নীচের জোড়সংখ্যক সারিতে—

8·5

6 7 8 ↑ 9 10 11

এখানে মিডিয়ান বা মধ্যবিন্দু হবে 8 এবং 9—এই দুটি স্কোরের ঠিক মাঝখানের বিন্দুটি। এখন স্কোর 8 হল 7·5 থেকে 8·5 আর স্কোর 9 হল 8·5 থেকে 9·5 (27'র পৃষ্ঠা দেখ)। অতএব মিডিয়ান হল 8 এবং 9'র বা 7·5 এবং 9·5'র মধ্যবিন্দু অর্থাৎ 8·5।

অবিন্যস্ত স্কোরের মিডিয়ান বার করার সূত্রটি হল—

$$\text{মিডিয়ান} = \frac{(N+1)}{2}\text{তম স্কোরটি [আয়তন অনুযায়ী সাজানো সারিতে]}$$

যেমন, উপরের প্রথম উদাহরণটিতে

$$\text{মিডিয়ান} = \frac{7+1}{2}\text{তম স্কোরটি অর্থাৎ 4র্থ স্কোর অর্থাৎ 8।}$$

তেমনই দ্বিতীয় উদাহরণটিতে

মিডিয়ান হল $=\frac{6+1}{2}$তম স্কোরটি অর্থাৎ 3·5তম স্কোরটি অর্থাৎ 8·5 ;

বিন্যস্ত স্কোর বা ফ্রিকোয়েন্সী বণ্টনে সাজানো স্কোরগুচ্ছের ক্ষেত্রে মিডিয়ান বার করার সূত্র হল—

$$Mdn = l + \left\{ \frac{\frac{N}{2} - F}{f_m} \right\} \times i$$

[এখানে Mdn = মিডিয়ান ;

l = যে শ্রেণীব্যবধানে মিডিয়ানটি পড়ে তার নিম্নপ্রান্ত ;

$\frac{N}{2}$ মোট সংখ্যার অর্ধেক ;

F = l'র নীচে অবস্থিত শ্রেণীব্যবধানগুলিতে যত স্কোর আছে সেগুলির যোগফল ;

f_m = যে শ্রেণীব্যবধানে মিডিয়ানটি পড়ে সেই ব্যবধানটির স্কোরের সংখ্যা।

i = শ্রেণীব্যবধানের দৈর্ঘ্য।]

এই সূত্রটির প্রয়োগ করে মিডিয়ান বার করতে হলে নীচের সোপানগুলি অনুসরণ করতে হবে।

১। প্রথমে N/2 বার করতে হবে। অর্থাৎ মোট স্কোর সংখ্যার অর্ধেক কত দেখতে হবে।

২। এবার বণ্টনের নীচ থেকে N/2 সংখ্যক স্কোর গুনে উপরে উঠতে হবে এবং বার করতে হবে যে কোন্ শ্রেণীব্যবধানে N/2 সংখ্যক স্কোর শেষ হচ্ছে। বুঝতে হবে যে সেই শ্রেণীব্যবধানেই মিডিয়ানটি পড়েছে। তারপর সেই শ্রেণীব্যবধানের নিম্নপ্রান্তটি বার করতে হবে। এরই নাম দেওয়া হয়েছে l এবং l'র নীচে যত স্কোর পাওয়া যাবে সেগুলির যোগফলকে F বলা হয়েছে।

৩। এবার $\frac{N}{2}$ থেকে F বাদ দিতে হবে। পাওয়া যাবে $\frac{N}{2} - F$;

তারপর এই সংখ্যাকে ভাগ করতে হবে f_m দিয়ে। যে শ্রেণীব্যবধানে মিডিয়ানটি পড়েছে তার ফ্রিকোয়েন্সী বা স্কোর সংখ্যা হল f_m। এবার এই ভাগফলকে শ্রেণীব্যবধানের দৈর্ঘ্য বা i দিয়ে গুণ করতে হবে।

৪। এবার যে সংখ্যাটি পাওয়া গেল তার সঙ্গে l অর্থাৎ যে শ্রেণীব্যবধানে মিডিয়ানটি পড়েছে তার নিম্নপ্রান্তটি যোগ করতে হবে। যোগ করে যে সংখ্যাটি পাওয়া গেল সেটি হল মিডিয়ান।

উদাহরণ : 29'র পৃষ্ঠার ফ্রিকোয়েন্সী বণ্টনটির মিডিয়ান বার করা হচ্ছে। এখানে N/2 হল 25। নীচ থেকে উপরের দিকে ফ্রিকোয়েন্সী গুনে দেখা গেল N/2 বা 25 পড়েছে 70—74 শ্রেণীব্যবধানের মধ্যে। তবে l হল এই শ্রেণীব্যবধানটির নিম্নপ্রান্ত অর্থাৎ 69.5 ; F হল এই শ্রেণীব্যবধানের নীচে যত ফ্রিকোয়েন্সী আছে

তাদের যোগফল অর্থাৎ $1+3+2+4+4+6=20$; এইবার $N/2-F$ হল $25-20=5$ । তারপর f_m হল 70 –74 শ্রেণীব্যবধানটির ফ্রিকোয়েন্সী অর্থাৎ 10। তাহলে,

$$\frac{\frac{N}{2}-F}{f_m} \text{ হল } \frac{5}{10}=\cdot 50$$

এইবার এই সংখ্যাকে i অর্থাৎ শ্রেণীব্যবধানের দূরত্ব বা 5 দিয়ে গুণ করে পাওয়া গেল $\cdot 50 \times 5 = 2\cdot 50$ । তার পরের ধাপে এই সংখ্যাটি যোগ করা হল l বা যে শ্রেণী ব্যবধানে মিডিয়ানটি পড়েছে তার নিম্নসীমার সঙ্গে এবং পাওয়া গেল, $69\cdot 5+2\cdot 50 = 72\cdot 00$ অতএব এই বণ্টনের মিডিয়ান হল 72·00। (পৃঃ 41—পৃঃ 42 দ্রষ্টব্য।)

মোড নির্ণয়ের পন্থা (Calculation of Mode)

কোন স্কোরগুচ্ছের দু'প্রকারের মোড নির্ণয় করা যেতে পারে—**অভিজ্ঞতা-নির্ভর মোড** (Empirical Mode) বা **স্থূল মোড** (Crude Mode) এবং **বিজ্ঞানসম্মত মোড** বা **প্রকৃত মোড** (True Mode)।

অবিন্যস্ত স্কোরগুচ্ছের স্থূল মোড হল সেই স্কোরগুচ্ছের মধ্যে যে স্কোরটি সবচেয়ে বেশী বার এসেছে সেটি। যেমন 10, 11, 11, 12, 12, 12, 13, 13, 14, 14, 14, 14—এই সারিটিতে সবচেয়ে বেশী বার এসেছে 14 সংখ্যক স্কোরটি। অতএব 14 হল এই সারিটির অভিজ্ঞতা-নির্ভর মোড বা স্থূল মোড।

বিন্যস্ত স্কোরগুচ্ছের অর্থাৎ ফ্রিকোয়েন্সী বণ্টনে সাজান স্কোরগুচ্ছের স্থূল মোড বার করার নিয়ম হল, যে শ্রেণীব্যবধানটির ফ্রিকোয়েন্সী সব চেয়ে বেশী সেই শ্রেণী-ব্যবধানটির মধ্যবিন্দু নেওয়া। যেমন ২৯'র পাতার উদাহরণটিতে 70—74 শ্রেণী-ব্যবধানটির ফ্রিকোয়েন্সী সবচেয়ে বেশী। অতএব এই বণ্টনটির স্থূল মোড হল এই শ্রেণী ব্যবধানটির মধ্যবিন্দু অর্থাৎ 72·00।

কোন ফ্রিকোয়েন্সী বণ্টনের প্রকৃত মোড বলতে বোঝায় সেই বিন্দুটি যে বিন্দুতে স্কোরের বণ্টনে সব চেয়ে বেশী পরিমাণে স্কোর কেন্দ্রীভূত হয়েছে। একে স্কোরের কেন্দ্রীভবনের শীর্ষবিন্দু বলা চলে। স্থূল মোড হল এই শীর্ষবিন্দুটি সম্বন্ধে একটি মোটামুটি ধারণা। প্রকৃত মোড হল সূক্ষ্ম গণনা করে পাওয়া বণ্টনের এই শীর্ষবিন্দুটির পরিমাপ। প্রকৃত মোড নির্ণয়ের সূত্র হল—

মোড = 3 মিডিয়ান – 2 মিন (Mode = 3Mdn – 2M)

অর্থাৎ মিডিয়ানের 3 গুণ থেকে মিনের 2 গুণ বাদ দিলে প্রকৃত মোড পাওয়া যায়। 29'র পাতার বণ্টনটির প্রকৃত মোড হল $= (3 \times 72\cdot 00) - (2 \times 70\cdot 80)$

$$= 216\cdot 00 - 141\cdot 60$$
$$= 74\cdot 40$$

মিন নির্ণয়ের সংক্ষিপ্ত পন্থা

(Short Method of Mean Calculation)

মিন নির্ণয় করার সাধারণ পন্থা হল মোট স্কোরগুলির যোগফলকে ($\sum X$) তাদের মোট সংখ্যা (N) দিয়ে ভাগ করা। ফ্রিকোয়েন্সী বণ্টনের ক্ষেত্রে প্রত্যেকটি শ্রেণী-ব্যবধানের মধ্যবিন্দুকে সেই শ্রেণীব্যবধানের ফ্রিকোয়েন্সী দিয়ে গুণ করে যে গুণ-ফলগুলি পাওয়া যায় সেই গুণফলগুলিকে (fX) যোগ করে সেই যোগফলকে ($\sum fX$) স্কোরের মোট সংখ্যা N দিয়ে ভাগ করতে হয়। কিন্তু যখন স্কোরের সংখ্যা অনেক হয়ে দাঁড়ায় তখন এই পন্থায় মিন বার করা সময়সাপেক্ষ ও কষ্টসাধ্য হয়ে ওঠে। সেই জন্য এই সব ক্ষেত্রে মিন বার করার একটি সংক্ষিপ্ত পন্থার অনুসরণ করা হয়। এই পন্থায় আমরা একটি কল্পিত মিন আগেই ধরে নিই বা অনুমান করে নিই। একে আমরা **অনুমিত** মিন (**Assumed Mean or AM**) নাম দিয়ে থাকি। নানা ভাবে এই 'অনুমিত মিন' ধরে নেওয়া যেতে পারে। তার মধ্যে সবচেয়ে সুবিধাজনক পন্থাটি হল বণ্টনের মাঝামাঝি একটি শ্রেণীব্যবধানের মধ্যবিন্দুটি নেওয়া। তবে যে শ্রেণীব্যবধানের ফ্রিকোয়েন্সী বেশ বেশী এবং যেটির অবস্থিতিও বণ্টনের মাঝামাঝি সেটির মধ্যবিন্দু নিতে পারলে গণনার সুবিধা হয়।

সংক্ষিপ্ত উপায়ে মিন নির্ণয়ের উদাহরণ

(29'র পাতার স্কোরগুচ্ছের ফ্রিকোয়েন্সী বণ্টন)

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
শ্রেণীব্যবধান	মধ্যবিন্দু (X)	(f)	(d')	(fd')
95—99	97	1	5	5
90—94	92	2	4	8
85—89	87	4	3	12
80—84	82	5	2	10
75—79	77	8	1	8 +43
70—74	72	10	0	0
65—69	67	6	−1	− 6
60—64	62	4	−2	− 8
55—59	57	4	−3	−12
50 54	52	2	−4	− 8
45—49	47	3	−5	−15
40—44	42	1	−6	− 6 −55
		N = 50		$\sum fd = -12$

$$AM = 72{\cdot}00$$
$$ci = -1{\cdot}20$$
$$M = 70{\cdot}80$$

$$c = -\tfrac{12}{50} = -{\cdot}240$$
$$i = 5$$
$$ci = -{\cdot}240 \times 5 = -1{\cdot}20$$

সংক্ষিপ্ত পন্থায় মিন নির্ণয়ের সূত্র হল :—

$$\text{Mean} = \text{AM} + ci$$

বা মিন = অনুমিত মিন + সংশোধন × শ্রেণীব্যবধানের দৈর্ঘ্য

পূর্ব পৃষ্ঠার বণ্টনটিতে 70—74 শ্রেণীব্যবধানটির ফ্রিকোয়েন্সী হল সবচেয়ে বেশী এবং সেটির অবস্থানও বণ্টনের মাঝামাঝি। অতএব এই শ্রেণীব্যবধানটির মধ্য-বিন্দুটি, অর্থাৎ 72কে অনুমিত মিন রূপে নেওয়া হল। কিন্তু অনুমিত মিনটি কখনই নির্ভুল নয়, তার জন্য প্রয়োজন এটিকে সংশোধন করা। সুতরাং আমাদের পরের কাজ হচ্ছে অনুমিত মিনটির সংশোধন (Correction) কতটা হবে তা বার করা এবং অনুমিত মিনের সঙ্গে সেই সংশোধনটি যোগ করে বণ্টনটির প্রকৃত মিন নির্ণয় করা। তার জন্য আমাদের নীচের ধাপগুলি অনুসরণ করতে হবে।

(ক) প্রথমে প্রত্যেকটি শ্রেণীব্যবধানের মধ্যবিন্দু আমাদের অনুমিত মিন থেকে কত দূরে আছে তা নির্ণয় করতে হবে। যেমন, 70—74 শ্রেণীব্যবধানের মধ্যবিন্দু (72) হল অনুমিত মিন। অতএব 75—79 শ্রেণীব্যবধানের মধ্যবিন্দু (77) এই অনুমিত মিন থেকে 1 শ্রেণীব্যবধান ঘর সরে আছে। অনুমিত মিন থেকে কোন বিশেষ শ্রেণীব্যবধানের মধ্যবিন্দুর সরে থাকাকে ঐ শ্রেণীব্যবধানের বিচ্যুতি (Deviation) বলে। সাধারণতঃ d' অক্ষর দিয়ে এ বিচ্যুতিটিকে চিহ্নিত করা হয়। এই বিচ্যুতি মাপা হয় শ্রেণীগত ব্যবধানের এককের দ্বারা। অর্থাৎ অনুমিত মিন থেকে একটি বিশেষ মধ্যবিন্দু কটি শ্রেণীব্যবধান দূরে আছে তা গণনা করে। ঐ বিশেষ মধ্যবিন্দুটি অনুমিত মিন থেকে যতগুলি শ্রেণীব্যবধান দূরে থাকবে তত সংখ্যক হবে সেই বিশেষ মধ্যবিন্দুটির d' বা বিচ্যুতি। যেমন, প্রদত্ত বণ্টনটিতে অনুমিত মিন থেকে 75—79'র মধ্যবিন্দুর বিচ্যুতি 1, 80—84'র মধ্যবিন্দুর বিচ্যুতি 2, 84—89'র মধ্যবিন্দুর বিচ্যুতি 3। যে শ্রেণীব্যবধানের মধ্যবিন্দুকে অনুমিত মিনরূপে নেওয়া হয়েছে তার বিচ্যুতি সব সময়ে 0 ; অতএব d' স্তম্ভে 70—74'র সারিতে বসানো হয়েছে 0, 75—79'র সারিতে 1, 80—84'র সারিতে 2, ইত্যাদি। অনুমিত মিনের নীচে যে সব মধ্যবিন্দু থাকবে সেগুলির বিচ্যুতি হবে ঋণাত্মক এবং সেগুলির পূর্বে বিয়োগচিহ্ন দিতে হবে। অতএব 65—69'র মধ্য-বিন্দুর বিচ্যুতি হল − 1, 60—64'র মধ্যবিন্দুর বিচ্যুতি হল − 2, 55—59'র মধ্যবিন্দুর বিচ্যুতি হল − 3 ইত্যাদি।

(খ) d'র স্তম্ভ পূরণ করার পর আমাদের fd' নির্ণয় করতে হবে। যে কোন শ্রেণীব্যবধানের d'র সঙ্গে তার f বা ফ্রিকোয়েন্সী গুণ করলেই fd' পাওয়া যাবে। যেমন 70 -74 শ্রেণীর fd' হল $10 \times 0 = 0$; 75—79'র fd' হল $8 \times 1 = 8$; 65 – 69'র fd' হল $6 \times -1 = -6$ ইত্যাদি।

(গ) এবার অনুমিত মিনের উপরে ধনাত্মক fd' গুলি যোগ করে এবং অনুমিত মিনের নীচে ঋণাত্মক fd' গুলি যোগ করে যথাক্রমে পাওয়া গেল $+43$ এবং -55। এই দুটি সংখ্যার যোগফল হচ্ছে $+43-55=-12$; অনুমিত মিনের সংশোধন (correction বা c) পাওয়া যাবে এই fd'র মোট যোগফলকে ($\sum fd'$) মোট স্কোর সংখ্যা বা N দিয়ে ভাগ করে। অর্থাৎ এখানে $c=-\frac{12}{50}=-\cdot240$। এবার এই সংশোধনকে ($c$) শ্রেণীগত ব্যবধানের দৈর্ঘ্য (i) দিয়ে গুণ করতে হবে, ফলে পাওয়া যাবে $ci=-\cdot240\times5=-1\cdot20$।

(ঘ) অনুমিত মিন থেকে প্রকৃত মিন নির্ণয়ের পন্থা হল অনুমিত মিনের সঙ্গে শ্রেণীগত ব্যবধান ও সংশোধনের গুণফল অর্থাৎ ci যোগ করা। এখানে অনুমিত মিন 72·00'র সঙ্গে ci ($-1\cdot20$) যোগ করে পাওয়া গেল 70·80। অতএব এই বণ্টনটির প্রকৃত মিন হল 70·80। (45'র পাতার তালিকা দ্রষ্টব্য)

মিন, মিডিয়ান ও মোডের তুলনামূলক প্রয়োগ

দেখা গেল যে কেন্দ্রীয় প্রবণতা তিন রকমের হতে পারে। এখন কোন্ পরিস্থিতিতে কোন্ কেন্দ্রীয় প্রবণতাটি ব্যবহার করা উচিত সেটি জানা দরকার। বিভিন্ন কেন্দ্রীয় প্রবণতার তুলনামূলক প্রয়োগের একটি মোটামুটি বিবরণী দেওয়া হল।

মিন ব্যবহার করতে হয়

(ক) যখন আমরা সবচেয়ে নির্ভরযোগ্য একটি কেন্দ্রীয় প্রবণতা পেতে চাই। দেখা গেছে যে তিন শ্রেণীর কেন্দ্রীয় প্রবণতার মধ্যে মিনই সবচেয়ে নির্ভুল ও ত্রুটিমুক্ত।

(খ) যখন বণ্টনটি থেকে আদর্শ বিচ্যুতি (বা SD), সহপরিবর্তনের মান (বা r) ইত্যাদি নির্ণয় করতে হয়। এই পরিমাপগুলি বার করতে হলে আগেই মিন বার করার দরকার হয়।

(গ) যখন বণ্টনটি প্রায় নর্মাল বা স্বাভাবিক হয়ে থাকে।

(ঘ) যখন আমরা প্রত্যেকটি স্কোরের ওজন একই বলে ধরে নিতে চাই। যেহেতু সমস্ত স্কোরগুলির যোগফলকে তাদের মোট সংখ্যা দিয়ে ভাগ করে মিন বার করা হয়, সেহেতু মিন নির্ণয়ের ক্ষেত্রে প্রত্যেকটি স্কোরের সমান ওজন আছে বলে ধরে নেওয়া হয়।

মিডিয়ান ব্যবহার করতে হয়

(ক) যখন দীর্ঘ গণনা বা হিসাব করার সময়ের অভাব থাকে। মিনের চেয়ে মিডিয়ান সহজে এবং দ্রুত নির্ণয় করা যায়।

(খ) যখন বণ্টনটি খুব বেশী মাত্রায় স্কুড (skewed) থাকে অর্থাৎ যখন বণ্টনের প্রান্তসীমায় খুব উচ্চমানের বা নিম্নমানের স্কোর অধিক সংখ্যায় থাকে। বণ্টনটির কোন প্রান্তে খুব চরম প্রকৃতির অর্থাৎ খুব ছোট বা খুব বড় স্কোর যদি বেশী

সংখ্যায় থাকে তবে মিনটি তাদের দ্বারা প্রভাবিত হয়ে পড়ে এবং অস্বাভাবিক ভাবে খুব ছোট বা বড় হয়ে উঠতে পারে। মিডিয়ান কিন্তু বণ্টনটির প্রান্তে অবস্থিত চরম প্রকৃতির স্কোরের দ্বারা প্রভাবিত হয় না।

(গ) যখন আমরা জানতে চাই যে বণ্টনের মধ্যে দৃষ্টান্ত বা ক্ষেত্রগুলি মোটামুটি ভাবে উপরের অর্ধে আছে না নীচের অর্ধে আছে এবং যখন সেগুলি কেন্দ্রীয় বিন্দু থেকে কত দূরে সরে আছে তা বিশদ্‌ভাবে জানার দরকার পড়ে না।

(ঘ) যখন বণ্টনটি অসম্পূর্ণ থাকে এবং মিন নির্ণয় করা সম্ভব হয় না।

(ঙ) যখন গৃহীত এককটি যে সর্বত্র সমান সে সম্বন্ধে আমরা নিশ্চিত নই।

মোড ব্যবহার করতে হয়

(ক) যখন সব চেয়ে দ্রুত নির্ণয় করা যায় এমন একটি কেন্দ্রীয় প্রবণতার পরিমাপের দরকার পড়ে।

(খ) যখন কেন্দ্রীয় প্রবণতার মোটামুটি বা চলতি একটি পরিমাপ হলেই কাজ চলে যায়।

(গ) যখন আমরা জানতে চাই কোন্‌ স্কোরটি বা দৃষ্টান্তটি সবচেয়ে বেশী বার বণ্টনের মধ্যে দেখা দিয়েছে।

অনুশীলনী

1. কেন্দ্রীয় প্রবণতা বলতে কি বোঝ? শিক্ষাশ্রয়ী পরিসংখ্যানে সাধারণত প্রবণতার কোন কোন্‌ কেন্দ্রীয় পরিমাপ ব্যবহৃত হয়?

2. একটি বণ্টনের মিন, মিডিয়ান এবং মোড নির্ণয়ের পন্থাগুলি বর্ণনা কর। সেগুলি কখন কখন ব্যবহার করতে হয়? মিন নির্ণয়ের সংক্ষিপ্ত পন্থা উদাহরণসহ বর্ণনা কর।

3. 37—38 পৃষ্ঠায় প্রদত্ত 5, 6, 8, 9 এবং 10 প্রশ্নের বণ্টনগুলির মিন, মিডিয়ান এবং মোড নির্ণয় কর।

4. নীচের বণ্টন দুটির মিন, মিডিয়ান এবং মোড নির্ণয় কর। সংক্ষিপ্ত পন্থায় মিন নির্ণয় করবে।

(ক)

স্কোর	ফ্রিঃ
90—94	2
85—89	2
80—84	4
75—79	8
70—74	6
65—69	11
60—64	9
55—59	7
50—54	5
45—49	0
40—44	2
	N=56

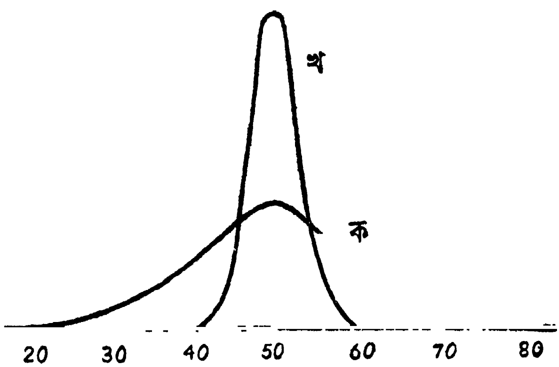
(খ)

স্কোর	ফ্রিঃ
136—139	3
132—135	5
128—131	16
124—127	23
120—123	52
116—119	49
112—115	27
108—111	18
104—107	7
	N=200

চার

বিষমতার পরিমাপ (Measures of Variability)

কেন্দ্রীয় প্রবণতা (Central Tendency) হল বিশেষ কোন স্কোরগুচ্ছের প্রতিনিধিস্বরূপ এবং সেই স্কোরগুলির একটি সামগ্রিক রূপ বা ধারণা দেয়। কেবলমাত্র কেন্দ্রীয় প্রবণতা জানলেই স্কোরগুচ্ছটির সম্পূর্ণ বৈশিষ্ট্য জানা হয় না। যেমন, ধরা যাক 50টি ছেলেকে এবং 50টি মেয়েকে একটি বিশেষ অভীক্ষা দেওয়া হল। ছেলেদের মিন স্কোর পাওয়া গেল 34·8 এবং মেয়েদের 34·6। এখানে মিনের দিক দিয়ে এই দুটি স্কোরগুচ্ছের মধ্যে বিশেষ কোন পার্থক্য নেই। কিন্তু ধরা যাক ছেলেদের স্কোর 16 থেকে সুরু করে 52 পর্যন্ত উঠেছে, কিন্তু মেয়েদের স্কোর হয়েছে 18 থেকে 44। এদিক দিয়ে স্কোরগুচ্ছের মধ্যে বিরাট পার্থক্য দেখা যাচ্ছে। ছেলেদের স্কোরগুলি মেয়েদের স্কোরগুলির চেয়ে অনেকখানি বেশী জায়গা জুড়ে আছে।



[একই মিন-সম্পন্ন অথচ বিভিন্ন বিষমতা-বিশিষ্ট দুটি ফ্রিকোয়েন্সী পলিগন। দুটি পলিগনেরই মিন ৫০, কিন্তু বিষমতার পার্থক্য থাকার জন্য দুটির আকৃতিতে বিরাট পার্থক্য দেখা দিয়েছে]

কিংবা পরিসংখ্যানের ভাষায় ছেলেদের স্কোর মেয়েদের স্কোরের চেয়ে অধিকতর বৈষম্যপূর্ণ (Variable)। কোন স্কোরগুচ্ছের এই বৈশিষ্ট্যটি জানতে হলে ঐ গুচ্ছের অন্তর্গত স্কোরগুলির এই বিষমতার (Variability) একটি পরিমাপ করা প্রয়োজন অর্থাৎ জানা প্রয়োজন যে স্কোরগুলি তাদের কেন্দ্রীয় প্রবণতার চারপাশে কতদূর পর্যন্ত বিস্তৃত বা ছড়িয়ে রয়েছে।

সাধারণত যদি দলটি সমজাতীয় ব্যক্তি বা বস্তু দিয়ে গঠিত হয় তবে তাদের মধ্যে বিষমতার পরিমাণ কম হয়। আর দলের অন্তর্ভুক্ত বিভিন্ন ব্যক্তির মধ্যে যত পার্থক্য থাকবে তত তাদের বিষমতার পরিমাণ বেশী হয়ে দাঁড়াবে। যেমন, উপরের

ছবিটিতে একই অক্ষরেখায় দুটি ফ্রিকোয়েন্সী বণ্টনের পলিগন আঁকা হয়েছে। দুটি বণ্টনেরই মিন এক অর্থাৎ 50। কিন্তু দুটির বিষমতার (Variability) প্রকৃতি বেশ বিভিন্ন। যেমন ক দলটির স্কোর 20 থেকে 80 পর্যন্ত বিস্তৃত, কিন্তু খ দলটির স্কোর 40 থেকে 60 পর্যন্ত বিস্তৃত। দুটির মিন এক হলেও প্রথমটির বিষমতা দ্বিতীয়টির বিষমতার তিন গুণ।

বিষমতার পরিমাপ নির্ণয়ের পন্থা
(Methods of Measuring Variability)

বিষমতার পরিমাপ নানা উপায়ে বার করা হয়। যথা (1) **রেঞ্জ** (Range) (2) **মিন বিচ্যুতি** (Mean Deviation or MD) বা **গড় বিচ্যুতি** (Average Deviation or AD), (3) **আদর্শ বিচ্যুতি** (Standard Deviation or SD), এবং (4) **চতুর্থাংশ বিচ্যুতি** (Quartile Deviation or Q)।

১। রেঞ্জ (Range)

রেঞ্জ হল কোন স্কোরগুচ্ছের বিষমতার সহজতম পরিমাপ। গুচ্ছের বৃহত্তম স্কোরটি থেকে নিম্নতম স্কোরটি বাদ দিলে রেঞ্জ পাওয়া যায়। 49 পৃষ্ঠায় প্রদত্ত উদাহরণে ছেলেদের স্কোরগুচ্ছের রেঞ্জ হল $52 - 16 = 36$ এবং মেয়েদের স্কোরগুচ্ছের রেঞ্জ হল $44 - 18 = 26$; রেঞ্জের ক্ষেত্রে আমরা কেবলমাত্র দুই প্রান্তের চরম স্কোর দুটিকে হিসাবে ধরি। সেজন্য যদি মাঝখানে লম্বা ফাঁক থেকে যায় কিংবা মোট সংখ্যা (N) যদি অল্প হয়, তবে বিষমতার নির্ণয়ে রেঞ্জ খুব কার্যকর হয়।

২। গড় বা মিন বিচ্যুতি
(Average Deviation or Mean Deviation : : AD or MD)

কোন স্কোরগুচ্ছের কেন্দ্রীয় প্রবণতা (সাধারণত মিনই নেওয়া হয়) থেকে তার প্রত্যেকটি স্কোরের যে বিচ্যুতি, সেই বিচ্যুতির গড় বা মিনকে গড় বিচ্যুতি (Average Deviation or AD) বা মিন বিচ্যুতি (Mean Deviation or MD) বলা হয়। গড় বা মিন বিচ্যুতি নির্ণয়ের সময় বিচ্যুতিটি ঋণাত্মক (Negative) কি ধনাত্মক (Positive) তা দেখা হয় না এবং সব বিচ্যুতিগুলিকেই ধনাত্মক (Positive) সংখ্যা বলে ধরে নিয়ে তাদের মিন বার করা হয়। যেমন 8, 10, 12, 14, 16 এই ক'টি স্কোরের গড় বা মিন বিচ্যুতি নির্ণয় করতে হবে। এদের মিন হল 12 ; এখন মিন থেকে এই স্কোরগুলির বিচ্যুতি বার করার নিয়ম হল প্রত্যেকটি স্কোর থেকে মিনটিকে বিয়োগ করা বা (X – M)। যেমন 8 স্কোরটির বিচ্যুতি হল $8 - 12 = -4$; 10 স্কোরটির বিচ্যুতি হল $10 - 12 = -2$; তেমনই 12 স্কোরটির বিচ্যুতি হল

12 – 12 = 0 ; 14 স্কোরটির বিচ্যুতি 14 – 12 = 2 এবং 16 স্কোরটির বিচ্যুতি 16 – 12 = 4; অতএব এই ক'টি স্কোরের বিচ্যুতি হল যথাক্রমে –4, –2, 0, 2, 4 ; এই সংখ্যাগুলির চিহ্নগুলিকে সম্পূর্ণ উপেক্ষা করে এগুলি যোগ করে পাওয়া গেল 12 এবং 12কে মোট সংখ্যা 5(N) দিয়ে ভাগ করে পাওয়া গেল 2·4। এটি হল স্কোরগুলির গড়বিচ্যুতি বা AD কিংবা মিন বিচ্যুতি বা MD।

অতএব AD বা MD নির্ণয় করার সূত্রটি হল।

$$\text{AD বা MD} = \frac{\sum |d|}{N}$$

এখানে $\sum$ = যোগফল, $|d|$ = মিন থেকে প্রতিটি স্কোরের বিচ্যুতি, / /—এই বার চিহ্ন দুটির দ্বারা বোঝান হচ্ছে যে এই বিচ্যুতির সংখ্যাগুলিকে চিহ্ন-নিরপেক্ষ ভাবে নেওয়া হবে। অর্থাৎ সেগুলিকে সব ধনাত্মক বলে ধরা হবে। N = মোট স্কোরগুলির সংখ্যা।

বিন্যস্ত স্কোরগুচ্ছের AD বা MD নির্ণয়

অবিন্যস্ত স্কোরগুচ্ছের ক্ষেত্রে প্রত্যেকটি স্কোরের মিন থেকে বিচ্যুতিগুলিকে যোগ করে সেই যোগফলকে মোট সংখ্যা দিয়ে ভাগ করা হয়। কিন্তু বিন্যস্ত স্কোরগুচ্ছের ক্ষেত্রে অর্থাৎ ফ্রিকোয়েন্সী বণ্টনের ক্ষেত্রে আমরা প্রত্যেকটি স্কোরের স্বতন্ত্র বিচ্যুতি বার করতে পারি না। সেজন্য তার পরিবর্তে মিন থেকে প্রত্যেকটি শ্রেণীব্যবধানের মধ্যবিন্দুর বিচ্যুতিটি গ্রহণ করা হয়। এ ছাড়া বাকী পদ্ধতিগুলি একই রকম। যেমন, 29'র পাতার ফ্রিকোয়েন্সী বণ্টনে 95 – 99 শ্রেণীব্যবধানটির মধ্যবিন্দু হল 97·00 এবং মিন হল 70·80। অতএব এই শ্রেণীব্যবধানটির বিচ্যুতি(d) হল 97·00 – 70·80 = 26·20 ; এভাবে 70—74 শ্রেণীব্যবধান পর্যন্ত বিচ্যুতি হবে ধনাত্মক (Positive) ; কিন্তু তার পর থেকেই বিচ্যুতি হবে ঋণাত্মক (Negative)। যেমন, 65—69 শ্রেণীব্যবধানটির বিচ্যুতি(d) হল 67·00 – 70·80 = – 3·80 এবং সব চেয়ে নীচের শ্রেণীব্যবধানটি (40—44)'র বিচ্যুতি(d) হল – 28·80।

এভাবে প্রত্যেকটি মধ্যবিন্দুর বিচ্যুতি(d) বার করার পর আমরা সেগুলিকে তাদের ফ্রিকোয়েন্সী দিয়ে গুণ করলাম। যেমন 95—99'র বিচ্যুতি হল 26·20 এবং ফ্রিকোয়েন্সী (f) হল 1 ; অতএব তার fd হল 26·20 ; সেইরকম 90—94 শ্রেণীব্যবধানটির d হল 21·20 এবং f হল 2 ; অতএব তার fd হল 21·20 × 2 = 42·40 ; 65—69 শ্রেণীব্যবধানটির d হল – 3·80 এবং f হল 6 ; অতএব এই শ্রেণীব্যবধানটির fd হল – 3·80 × 6 = – 22·80 ; এই ভাবে আমরা সব কটি শ্রেণীব্যবধানের fd নির্ণয় করতে পারি।

এর পরের ধাপে এই fdগুলিকে একসঙ্গে যোগ করে ফেলতে হবে তাদের গাণিতিক চিহ্নগুলিকে সম্পূর্ণ উপেক্ষা করে। এখানে যোগফল পাওয়া গেল 502·00। এইবার এই যোগফলকে মোটসংখ্যা(N) 50 দিয়ে ভাগ করে পাওয়া গেল 10·04 ; অতএব এই বণ্টনটির AD বা MD হল 10·04।

অতএব বিন্যস্ত স্কোরগুচ্ছের ক্ষেত্রে AD বা MD বার করার সূত্র হল।

$$\text{AD বা MD} = \frac{\sum |fd|}{N}$$

এখানে $\sum |fd|$ =(মিন থেকে প্রত্যেকটি শ্রেণীব্যবধানের মধ্যবিন্দুর বিচ্যুতি × ফ্রিকোয়েন্সী)'র চিহ্নিনরপেক্ষভাবে মোট যোগফল।

৩। আদর্শ বিচ্যুতি (Standard Deviation or SD)

আদর্শ বিচ্যুতি কিংবা SD সাধারণভাবে বিষমতার পরিমাপ রূপে অন্যান্য বিষমতার পরিমাপের চেয়ে বহুল পরিমাণে ত্রুটিমুক্ত ও নির্ভরযোগ্য। AD (বা MD)'র নির্ণয়ে আমরা গাণিতিক চিহ্নকে বাদ দিয়ে থাকি এবং সমস্ত বিচ্যুতিকেই ধনাত্মক সংখ্যা হিসাবে গ্রহণ করি। এর ফলে আমাদের এই পরিমাপটি ত্রুটিপূর্ণ হতে বাধ্য।

কিন্তু SD'র নির্ণয়নে আরও বিজ্ঞানসম্মত পন্থা অনুসরণ করা হয়। সেখানে গাণিতিক চিহ্নের এই অসুবিধা দূর করার জন্য সমগ্র বিচ্যুতি বা dকে বর্গ করে নেওয়া হয়। ফলে বিভিন্ন গাণিতিক চিহ্নগুলি দূর হয়ে গিয়ে সব d^2ই ধনাত্মক হয়ে দাঁড়ায়। তারপর সেগুলিকে যোগ করে যোগফলকে মোটসংখ্যা (N) দিয়ে ভাগ করা হয়। তারপর এই ভাগফলের বর্গমূল (Square root) বার করা হয় এবং তা থেকে যে সংখ্যাটি পাওয়া যায় তাকেই আদর্শ বিচ্যুতি বা SD বলে। SDকে সাধারণ গ্রীক চিহ্ন সিগমা (σ) দিয়ে জ্ঞাপন করা হয়।

অতএব আদর্শ বিচ্যুতি বা σ হল বণ্টনের মিন থেকে নেওয়া বিচ্যুতিগুলির বর্গীকৃত (Squared) রূপের মিনের বর্গমূল। একটি ছোট অবিন্যস্ত স্কোরগুচ্ছ উদাহরণ হিসাবে নেওয়া যাক। যথা—

স্কোরগুচ্ছ 8, 10, 12, 14, 16 [মিন $= \frac{60}{5} = 12{\cdot}00$]
মিন থেকে বিচ্যুতি (d) : $-4, -2, 0, 2, 4$
বিচ্যুতির বর্গ (d^2) : 16, 4, 0, 4, 16
বিচ্যুতির বর্গের যোগফল ($\sum d^2$) : $16+4+0+4+16=40$
বর্গীকৃত বিচ্যুতির যোগফল ($\sum d^2$) ÷ মোট সংখ্যা (N) $= \frac{40}{8} = 8$
এই ভাগফলের বর্গমূল $= \sqrt{8} = 2{\cdot}83$
অতএব এই স্কোরগুচ্ছের $\sigma = 2{\cdot}83$

এই থেকে আমরা অবিন্যস্ত স্কোরগুচ্ছের ক্ষেত্রে SD বা σ নির্ণয়ের নীচের সূত্রটি তৈরী করতে পারি।

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum d^2}{N}}$$

[এখানে d^2 = মিন থেকে একটি স্কোরের বিচ্যুতির বর্গ]

বিন্যস্ত স্কোরের ক্ষেত্রে প্রতিটি স্বতন্ত্র স্কোরের বিচ্যুতি(d) না বার করে প্রতি শ্রেণীব্যবধানের মধ্যবিন্দু ও মিনের মধ্যে ব্যবধান বার করা হয় এবং সেই বিচ্যুতির বর্গ করে নেওয়া হয়। যেমন 29'র পাতার বণ্টনটিতে 95—99 শ্রেণীব্যবধানটির বিচ্যুতি (d) হল 26·20 এবং তার বর্গ(d^2) হল 686·44। এই শ্রেণীব্যবধানটির ফ্রিকোয়েন্সী (f) 1 হওয়াতে এই শ্রেণীব্যবধানটির fd^2 হল 686·44; তেমনই 90—94 শ্রেণীব্যবধানটির বিচ্যুতি 21·20 এবং তার বর্গ (d^2) হল 449·44। এই শ্রেণীব্যবধানটির ফ্রিকোয়েন্সী f) 2 হওয়াতে এই শ্রেণীব্যবধানটির fd^2 হল 898·88। সেই রকম 65—69 শ্রেণীব্যবধানটির বিচ্যুতি বা d হল $-3·80$; অতএব d^2 হল 14·44; এই শ্রেণীব্যবধানটির ফ্রিকোয়েন্সী (f) হল 6; অতএব fd^2 দাঁড়াল $14·44 \times 6 = 86·64$। এভাবে সমস্ত শ্রেণীব্যবধানগুলির fd^2 বার করার পর সেগুলি যোগ করা হল এবং যোগফল ($\sum fd^2$) পাওয়া গেল 7978·00। এই যোগফলকে N অর্থাৎ 50 দিয়ে ভাগ করে পাওয়া গেল 159·56 এবং এর বর্গমূল হল 12·63। অতএব এই বণ্টনটির SD বা σ হল 12·63। এই থেকে আমরা বিন্যস্ত স্কোরগুচ্ছ বা ফ্রিকোয়েন্সী বণ্টনের σ নির্ণয়ের সূত্রটি পাচ্ছি।

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum fd^2}{N}}$$

এখানে $\sum fd^2$ = (মিন থেকে শ্রেণীব্যবধানের বিচ্যুতির বর্গ × ঐ ব্যবধানের ফ্রিকোয়েন্সী)-র মোট যোগফল

সংক্ষিপ্ত পন্থায় SD বা সিগ্‌মা (σ) নির্ণয়

উপরের SD বা σ নির্ণয়ের যে পন্থাটির বর্ণনা দেওয়া হল সেটি বৃহৎ বণ্টনের ক্ষেত্রে অনুসরণ করা কষ্টকর হয়ে ওঠে। কেননা অনেক সময় বিচ্যুতিগুলির বর্গরূপ বেশ বড় হয়ে দাঁড়ায় এবং সেগুলি নিয়ে কাজ করা অসুবিধাজনক হয়ে পড়ে। সেজন্য SD নির্ণয়ের একটি সংক্ষিপ্ত পন্থা অনুসরণ করা হয়ে থাকে।

এই পন্থায় প্রথমে একটি অনুমিত মিন ধরে নেওয়া হয়। অনুমিত মিন ধরে

নেওয়ার পন্থা সম্বন্ধে 47 পাতায় আলোচনা করা হয়েছে। পরে সেই অনুমিত মিন থেকে প্রত্যেকটি শ্রেণীব্যবধানের বিচ্যুতি (d') নির্ণয় করা হয়।

(1) স্কোর	(2) মধ্যবিন্দু	(3) f	(4) d'	(5) fd'	(6) fd'^2
95—99	97	1	5	5	25
90—94	92	2	4	8	32
85—89	87	4	3	12	36
80—84	82	5	2	10	20
75—79	77	8	1	8 (+43)	8
70—74	72	10	0	0	0
65—69	67	6	−1	6	6
60—64	62	4	−2	−8	16
55—59	57	4	−3	−12	36
50—54	52	2	−4	−8	32
45—49	47	3	−5	−15	75
40—44	42	1	−6	−6 (−55)	36
		N = 50		−12	322

অনুমিত মিন বা AM = 72·00 $\qquad c = -\frac{12}{50} = -\cdot240$

প্রকৃত মিন বা M = 72·00 + (−1·20) $\qquad ci = -\cdot240 \times 5 = -1\cdot20$

= 70·80 $\qquad c^2 = \cdot0576$

$$\text{SD বা } \sigma = i\sqrt{\frac{\sum fd'^2}{N} - c^2} = 5\sqrt{\frac{322}{50} - \cdot0576} = 12\cdot63$$

তারপর সেই বিচ্যুতির বর্গ করে তাকে ফ্রিকোয়েন্সী f দিয়ে গুণ করা হয়। ফলে পাওয়া যায় fd'^2। এখন fd'^2 গুলির যোগফল বা $\sum fd'^2$কে N দিয়ে ভাগ করে যা হয় তা থেকে অনুমিত মিনের সংশোধনের বর্গ (c^2) বিয়োগ করা হয়। এই বিয়োগফলের বর্গমূল নির্ণয় করলে যা পাওয়া যাবে তাকে শ্রেণীব্যবধানের দৈর্ঘ্য(i) দিয়ে গুণ করলে SD বা σ পাওয়া যাবে।

অতএব বিন্যস্ত স্কোরগুচ্ছের ক্ষেত্রে σ বার করার সূত্র হল—

$$\sigma = i\sqrt{\frac{\sum fd'^2}{N} - c^2}$$

[এখানে $\sum fd'^2$ হল প্রতিটি শ্রেণীর মধ্যবিন্দুর অনুমিত মিন থেকে বিচ্যুতির বর্গরূপের যোগফল ; c^2 = অনুমিত মিনের সংশোধনের বর্গ ; N = মোট সংখ্যা ; i = শ্রেণীব্যবধানের দৈর্ঘ্য ।]

উদাহরণস্বরূপ নীচে পূর্ব পৃষ্ঠায় বণ্টনটির SD সংক্ষিপ্ত পন্থায় বার করা হচ্ছে। এই বণ্টনটিতে 70—74 শ্রেণীব্যবধানটির মধ্যবিন্দু 72·00কে অনুমিত মিন রূপে ধরা হল। অতএব শ্রেণীব্যবধানটির d' হচ্ছে 0 ; তার উপরের শ্রেণীব্যবধান 75—79'র d' হল 1 ; 80—84 শ্রেণীব্যবধানের d' হল 2 ইত্যাদি। তেমনই নীচের দিকে 65—69 শ্রেণীব্যবধানটির d' হল -1, 60 - 64 শ্রেণীব্যবধানটির d' হল -2 ইত্যাদি। এইভাবে প্রত্যেকটি শ্রেণী ব্যবধানের d' নির্ণয় করার পর fd' নির্ণয় করা হল, প্রত্যেকটি d'র সঙ্গে fকে গুণ করে। তার পরের স্তম্ভে fd'^2 নির্ণয় করা হল d'গুলিকে বর্গ করে এবং পরে সেই বর্গগুলিকে f দিয়ে গুণ করে। তারপর সেই fd'^2গুলিকে যোগ করে $\sum fd'^2$ পাওয়া গেল। এখানে $\sum fd'^2$ হল 322। এবার আমাদের অনুমিত মিনের সংশোধন বা c বার করতে হবে। fd'গুলিকে যোগ করে সেই যোগফলকে N দিয়ে ভাগ করে c পাওয়া যায়। (47 পৃষ্ঠা দেখ) এখানে c হল $-\frac{12}{50} = -\cdot240$; c'র বর্গ করে পাওয়া গেল ·0576। অতএব এক্ষেত্রে

$$\sigma = i\sqrt{\frac{\sum fd'^2}{N} - c^2} = 5\sqrt{\frac{322}{50} - \cdot0576} = 12\cdot63$$

৪। চতুর্থাংশ বিচ্যুতি (Quartile Deviation বা Q)

ফ্রিকোয়েন্সী বণ্টনের বিচ্যুতি গণনা করার আর একটি পন্থা হল তার চতুর্থাংশ বিচ্যুতি বা Q বার করা। Q বলতে বোঝায় বণ্টনটির 75তম পার্সেণ্টাইল (P_{75}) এবং 25তম পার্সেণ্টাইল (P_{25})—এ দুয়ের অন্তর্বর্তী দূরত্বের ঠিক মধ্যবিন্দুটি। 25তম পার্সেণ্টাইল বলতে বোঝায় স্কোরের স্কেলেতে সেই বিন্দু যার নীচে 25% স্কোর আছে। এই বিন্দুকে প্রথম চতুর্থাংশ (first quartile) বা Q_1 বলা হয়। 75তম পার্সেণ্টাইল হল স্কোরের স্কেলেতে সেই বিন্দু যার নীচে 75% স্কোর আছে। এই বিন্দুকে তৃতীয় চতুর্থাংশ (third quartile) বা Q_3 বলা হয়। কোন বণ্টনের এ দুটি বিন্দু পাওয়া গেলে Q বার করার সূত্রটি হল—

$$Q = \frac{Q_3 - Q_1}{2}$$

অতএব দেখা যাচ্ছে যে চতুর্থাংশ বিচ্যুতি বার করতে হলে প্রথম Q_1 বা (P_{25}) এবং Q_3 বা (P_{75}) বার করে নিতে হবে। এ প্রসঙ্গে জানা দরকার যে Q_2 হল P_{50} বা মিডিয়ান অর্থাৎ স্কোরের স্কেলে সেই বিন্দু যার নীচে 50% স্কোর এবং

উপরেও 50% স্কোর আছে। 54 পৃষ্ঠার ফ্রিকোয়েন্সী বণ্টনের Q_1 হল 62·62 এবং Q_3 হল 79·19 ; অতএব বণ্টনের

$$Q=\frac{79{\cdot}19-62{\cdot}62}{2}=\frac{16{\cdot}57}{2}=8{\cdot}28$$

পার্সেণ্টাইল, Q_1 ও Q_3 গণনা করার পন্থা পৃঃ 68—পৃঃ 69-তে বর্ণিত হয়েছে।

বিভিন্ন বিষমতার পরিমাপের প্রয়োগবিধি

আমরা দেখলাম যে বিভিন্ন পন্থায় একটি বণ্টনের বিষমতার পরিমাপ নির্ণয় করা যায়। কোন্ সময় কোন্ পরিমাপটির ব্যবহার করতে হয় তার কতকগুলি সূত্র নীচে দেওয়া হল।

রেঞ্জ ব্যবহার করতে হয়

(ক) যখন স্কোরগুলি সংখ্যায় খুব অল্প এবং ছড়ানো থাকে এবং যখন উন্নত ধরনের কোন বিষমতার পরিমাপ নির্ণয় করার প্রয়োজন হয় না।

(খ) যখন বণ্টনের সর্বনিম্ন এবং সর্বোচ্চ স্কোরগুলি এবং বণ্টনেতে অবস্থিত স্কোরগুলির একটি মোটামুটি বিস্তৃতি জানলেই কাজ চলে।

(গ) যখন স্বল্পতম সময়ে বিষমতার পরিমাপটি জানার দরকার হয়।

চতুর্থাংশ বিচ্যুতি বা Q ব্যবহার করতে হয়

(ক) যখন কেন্দ্রীয় প্রবণতার পরিমাপ রূপে কেবলমাত্র মিডিয়ানটিই জানা থাকে।

(খ) যখন বণ্টনটির নীচের দিকটা বা উপরের দিকটা অজ্ঞাত বা অসমাপ্ত থাকে।

(গ) যখন চরম বা ছড়ানো স্কোরের সংখ্যা অনেক থাকে বা বণ্টনটিতে স্কুনেশ (Skewness) খুব বেশী পরিমাণে থাকে।

(ঘ) যখন বণ্টনটির ঠিক মধ্যবর্তী 50% স্কোরের দুপ্রান্তের স্কোর দুটি জানার দরকার হয়।

মিন বিচ্যুতি বা MD ব্যবহার করতে হয়

(ক) যখন বণ্টনটিতে খুব চরমবিচ্যুতিসম্পন্ন স্কোর থাকে এবং যার ফলে সেগুলিকে দ্বিগুণ করলে (SD বা সিগমা বার করতে হলে স্কোরগুলিকে দ্বিগুণ করতেই হয়) SD'র পরিমাপটি অযথা প্রভাবিত হয়ে ওঠে।

(খ) যখন খুব পরিশ্রম না করে মোটামুটি নির্ভরযোগ্য একটা বিচ্যুতির পরিমাপ নির্ণয় করার প্রয়োজন হয়।

(গ) যখন মিন থেকে প্রত্যেকটি বিচ্যুতিকেই তার আয়তন অনুযায়ী ওজন করার দরকার পড়ে।

আদর্শ বিচ্যুতি বা SD ব্যবহার করতে হয়

(ক) যখন বিষমতার নির্ভুলতম পরিমাপটি চাওয়া হয়।

(খ) যখন SD'র উপর নির্ভরশীল এমন সব পরিসংখ্যান (যেমন সহ-পরিবর্তনের মান বা r) নির্ণয় করার দরকার পড়ে।

(গ) যখন স্বাভাবিক সম্ভাবনার চিত্রের সংশ্লিষ্ট নানা সংব্যাখ্যানের প্রয়োজন হয়।

(ঘ) যখন চরম বিচ্যুতিগুলিরও যথাযথ প্রভাব বিষমতার পরিমাপে থাকাটা কাম্য বলে মনে করা হয়।

বিষমতার বিভিন্ন পরিমাপগুলির পারস্পরিক সম্বন্ধ

যখন বণ্টনটিকে স্বাভাবিক প্রকৃতির বলে ধরে নেওয়া হয় তখন একটি বিষমতার পরিমাপ থেকে আর একটি বিষমতার পরিমাপে নীচের হিসাব অনুযায়ী যাওয়া যায়।

$$Q = 8{\cdot}845MD = {\cdot}6745\sigma$$
$$MD = 1\ 183Q = {\cdot}798\sigma$$
$$\sigma = 1\ 483Q = 1{\cdot}253MD$$

অনুশীলনী

১। 37 এবং 38 পৃষ্ঠায় প্রদত্ত প্রশ্নসংখ্যা 5, 6 8, 9 এবং 10র ফ্রিকোয়েন্সী বণ্টনগুলির MD, Q এবং SD নির্ণয় কর।

২। নীচের স্কোরগুলির MD এবং SD নির্ণয় কর :—

68, 65, 70, 50, 62, 56, 52 এবং 50

৩। বিষমতার বিভিন্ন পরিমাপগুলির কোন্‌টি কখন ব্যবহার করতে হয় বল। সকল বিষমতার পরিমাপের মধ্যে SDকে সবচেয়ে নির্ভুল পরিমাপ বলা হয় কেন? যখন কোন বণ্টনে চরম প্রকৃতির বা ছড়ানো স্কোর থাকে তখন Qকে সবচেয়ে ভাল বিষমতার পরিমাপ বলা হয় কেন?

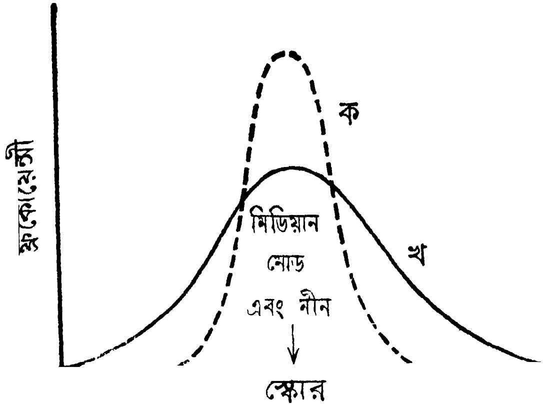
৪। বিষমতার পরিমাপ বলতে কি বোঝ? উদাহরণসহ বিভিন্ন প্রকৃতির বিষমতার পরিমাপের ব্যবহার ও উপযোগিতা আলোচনা কর।

স্বাভাবিক সম্ভাবনার চিত্র (Normal Probability Curve)

ইতিপূর্বে আমরা দেখেছি যে একদল ছেলের উপর বুদ্ধির অভীক্ষা দিয়ে যে স্কোরগুলি পাওয়া যায় সেগুলিকে পলিগনের চিত্রের আকারে নিয়ে গেলে অনেকটা উপুড় করা একটা ঘণ্টার আকৃতি নেয়। ব্যাপক পরীক্ষণ থেকে দেখা গেছে যে মনোবিজ্ঞান, শিক্ষাবিজ্ঞান, আবহাওয়া বিজ্ঞান, নৃতত্ত্ব ইত্যাদি ঘটিত পরিমাপের ফলাফলগুলিকে সাজালে চিত্রগুলি একই ধরনের ঘণ্টার আকার গ্রহণ করে। এই চিত্রটির বৈশিষ্ট্য হল যে মাঝখানের অংশটি ফোলা এবং উঁচু আর শীর্ষবিন্দুর দুধার থেকে রেখাটি ধীরে ধীরে নেমে এসে দুপাশে সরু হয়ে গেছে। চিত্রটি ব্যাখ্যা করলে এই রূপ দাঁড়ায়। বামদিকের প্রান্তে থাকে সবচেয়ে ছোট স্কোরগুলি এবং তাদের সংখ্যা স্বল্পতম। ক্রমশ যতই মধ্যভাগের দিকে এগোতে থাকে স্কোরগুলি আয়তনে তত বাড়তে থাকে এবং সেগুলির সংখ্যাও ক্রমশ বেশী হতে থাকে। চিত্রটির ঠিক মাঝখানটা ও তার আশেপাশে থাকে মাঝারি আয়তনের স্কোরগুলি এবং তাদের সংখ্যা বন্টনের মধ্যে সব চেয়ে বেশী হয়ে ওঠে এবং তার জন্যই চিত্রটির মাঝখানটা ফোলা ও উঁচু হয়ে যায়। তারপর স্কোরগুলি আয়তনে আরও বাড়তে থাকে, যদিও সেগুলি সংখ্যায় তখন কমতে থাকে। তার ফলে চিত্রটি ক্রমশ শেষের দিকে নীচু হতে থাকে। এইভাবে ডানদিকের শেষ প্রান্তে থাকে সর্বোচ্চ স্কোরগুলি এবং তাদের সংখ্যা বাঁদিকের সর্বনিম্ন স্কোরগুলির মতই সবচেয়ে কম।

সাধারণ পরীক্ষণ বা পর্যবেক্ষণ থেকে আমরা যে সব চিত্র পাই সেগুলি সম্পূর্ণ নিখুঁতভাবে ঘণ্টার আকৃতিসম্পন্ন হয় না। প্রায়ই দেখা যাবে যে একটা দিক অপর দিকের চেয়ে বেশী উঁচু বা নীচু এবং মাঝখানটা সমানভাবে ফোলা বা উন্নত নয়। প্রকৃতপক্ষে চিত্রের এই ধরনের অসমঞ্জসতার কারণ হল যথেষ্ট সংখ্যক ক্ষেত্র পর্যবেক্ষণ না করা, পর্যবেক্ষণ পদ্ধতিতে ত্রুটি থাকা ইত্যাদি। এই ধরনের আকৃতিগত বন্টনের একটি আদর্শ চিত্ররূপ আছে যার সঙ্গে সমস্ত পরীক্ষণলব্ধ চিত্রেরই আকৃতিগত মিল আছে যদিও পুরোপুরি মিল নেই। একেই স্বাভাবিক বণ্টনের চিত্র (Normal Distribution Curve) বা স্বাভাবিক সম্ভাবনার চিত্র (Normal Probability Curve) বলা হয়। পর পৃষ্ঠায় স্বাভাবিক বণ্টনের একটি চিত্র দেওয়া হল। চিত্রটির অধঃরেখার (x-অক্ষরেখার) ঠিক মধ্যবিন্দু হচ্ছে মিন। স্বাভাবিক বণ্টনের ক্ষেত্রে মিডিয়ান এবং মোডও অভিন্ন হবে, অর্থাৎ অধঃরেখার মধ্যবিন্দুতে মিন, মিডিয়ান, মোড তিনটি একটি বিন্দুতে মিলে যাবে যেমন দেখা যাচ্ছে প্রদত্ত বণ্টনটির ক্ষেত্রে।

অসমঞ্জস বণ্টনে অর্থাৎ যেখানে বণ্টনটি পুরোপুরি স্বাভাবিক বণ্টনের রূপ গ্রহণ করেনি, সেখানে মিন, মিডিয়ান এবং মোড তিনটি ভিন্ন হয়ে থাকে (পৃঃ 61—পৃঃ 62)। স্বাভাবিক বণ্টনের মিনের উপর যদি একটি লম্ব টানা হয় তবে সেই রেখাটি চিত্রটিকে



সমান দু' ভাগে বিভক্ত করবে। এইটি হল মিনের রেখা। এই রেখাটির বাঁ পাশে থাকবে 50% স্কোর আর ডান পাশে থাকবে 50% স্কোর। [60 পৃষ্ঠার চিত্র দ্রষ্টব্য]

সম্ভাবনার মৌলিক নীতি

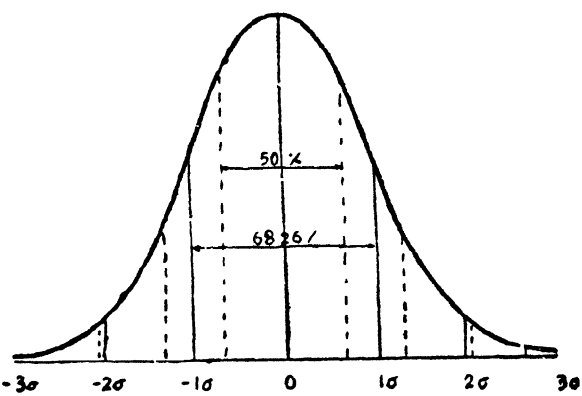
স্বাভাবিক সম্ভাবনার চিত্রটি বুঝতে হলে সম্ভাবনার প্রাথমিক নীতিটি বোঝা দরকার। একই ধরনের ঘটনার মধ্যে একটি বিশেষ ঘটনা যতবার ঘটবে বলে প্রত্যাশা করা যায় তাকেই ঐ ঘটনাটির সম্ভাবনা (Probability) বলা হয়। এই সম্ভাবনাকে গাণিতিক অনুপাতের সাহায্যে প্রকাশ করা যেতে পারে। একটি মুদ্রাকে উপরের দিকে ছুঁড়ে দিলে হয় অশোকস্তম্ভের দিকটি, নয় সংখ্যার দিকটি পড়বে। অতএব অশোকস্তম্ভের দিকটির পড়ার সম্ভাবনা হল 2 বারে 1 বার বা $\frac{1}{2}$। তেমনই একটি ছ-দিক-সম্পন্ন পাশার একটি ছক উপরের দিকে ছুঁড়ে দিলে তার কোন বিশেষ দিকটির পড়ার সম্ভাবনা 6 বারে 1 বার বা $\frac{1}{6}$। সম্ভাবনার অনুপাত সবচেয়ে কম হলে ·00 হবে এবং সবচেয়ে বেশী হলে 1·00 হবে। যেমন, মাথায় আকাশ ভেঙে পড়ার সম্ভাবনা হল ·00 এবং কোন মানুষের মৃত্যুর সম্ভাবনা হল 1·00।

এখন দুটি মুদ্রাকে যদি উপরে দিকে বার বার ছোঁড়া যায় তাহলে আমরা কি ধরনের ফল পাই দেখা যাক। প্রত্যেক মুদ্রার ক্ষেত্রেই হয় অশোকস্তম্ভ (অ), নয় সংখ্যার (স) দিকটি পড়তে পারে। ফলে দুটি মুদ্রার পিঠগুলির আবির্ভাবের সম্মেলনগুলি বিভিন্নতার দিক দিয়ে নীচের চার রকম হতে পারে। প্রথম মুদ্রাটি (ক) ও দ্বিতীয় মুদ্রাটি (খ) অক্ষর দিয়ে চিহ্নিত করা হল।

1	2	3	4
(ক) (খ)	(ক) (খ	(ক) (খ)	(ক) (খ)
অ অ	অ স	স অ	স স

এখানে উপরের প্রত্যেক সম্মেলনেরই সম্ভাবনা হল 4 বারে 1 বার বা $\frac{1}{4}$। অতএব দেখা যাচ্ছে দুটিই অশোকস্তম্ভ (অ-অ) পড়তে পারে 4 বারে 1 বার, দুটিই সংখ্যার দিক (স-স) পড়তে পারে 4 বারে 1 বার, একটি অশোকস্তম্ভ ও একটি সংখ্যার দিক পড়তে পারে 4 বারে 2 বার (অ-স+স-অ)। অর্থাৎ অ-অ'র সম্ভাবনা $\frac{1}{4}$, স-স'র সম্ভাবনা $\frac{1}{4}$ এবং স-অ এবং অ-স মিলিয়ে পড়ার সম্ভাবনা $\frac{1}{2}$। এইবার যদি দুটি মুদ্রাকে বহুবার উপরের দিকে এইভাবে ছোঁড়া যায় এবং তারপর তাদের বিভিন্ন দিকের পতনের সম্মেলনের একটি ছবি আঁকা যায়, তবে দেখা যাবে যে বণ্টনটি একটি ঘণ্টাকৃতি চিত্রের আকার ধারণ করেছে।

সমস্ত বণ্টনেরই বিষমতার (Variability) পরিমাপ করা হয় ঐ বণ্টনটির কোন কেন্দ্রীয় প্রবণতা থেকে। সাধারণত গাণিতিক মিনকেই এই কেন্দ্ররূপে গ্রহণ করা হয়। স্বাভাবিক বণ্টনের চিত্রে মিন থেকে ডানদিকে (অর্থাৎ উচ্চ স্কোরসম্পন্ন দিকে) অক্ষরেখার উপর 1σ পর্যন্ত মেপে নিলে যে বিন্দুটি পাওয়া যায় তাকে $+1\sigma$'র বিন্দু বলা



হয় এবং গণনা করে দেখা গেছে যে চিত্রটির যতটুকু স্থান ঐ বিন্দু ও মিনের মধ্যে পড়বে তাতে থাকবে মোট স্কোরের 34·13%। (উপরের চিত্র দ্রষ্টব্য)। তেমনই চিত্রের বাঁদিকে (অর্থাৎ নিম্ন-স্কোরসম্পন্ন দিকে) অক্ষরেখার উপর 1σ মেপে নিলে আমরা -1σ'র বিন্দু পাব এবং মিন থেকে এই বিন্দু পর্যন্ত স্থানটির মধ্যেও মোট স্কোরের 34·13% থাকবে। অর্থাৎ -1σ থেকে $+1\sigma$ পর্যন্ত স্থানের মধ্যে থাকবে 34·13% + 34·13% = 68·26% স্কোর। ঠিক এইভাবে মিনের বাঁদিকে -1σ'র পর -2σ এবং ডানদিকে $+1\sigma$'র পর $+2\sigma$ অক্ষরেখার উপর মেপে নেওয়া যেতে পারে। দেখা

গেছে -2σ এবং -1σ'র মধ্যে থাকে 13·59% স্কোর। তেমনই $+2\sigma$ এবং $+1\sigma$'র থাকে 13·59% স্কোর অর্থাৎ -2σ থেকে $+2\sigma$'র মধ্যে থাকে মোট 68·26%+13·59%+13·59%=95·44% স্কোর। এইভাবে অক্ষরেখার $+2\sigma$'র পরে $+3\sigma$ এবং -2σ'র পরে -3σ মেপে নেওয়া যায় এবং দেখা যাবে যে -3σ থেকে $+3\sigma$'র মধ্যে থাকে 99·73% স্কোর। সাধারণ $\pm 3\sigma$'র পর আর যাওয়া হয় না, কেননা বণ্টনের প্রায় সমস্ত স্কোরই এই দুটি প্রান্তবিন্দুর মধ্যে এসে যায়।

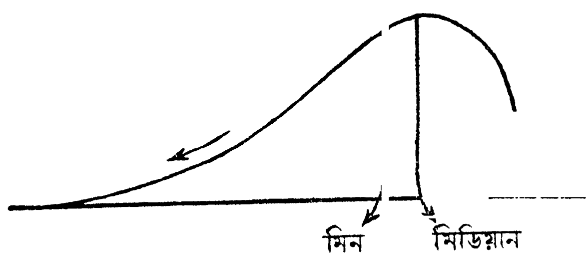
আজকাল বিভিন্ন পরীক্ষা ও পর্যবেক্ষণ থেকে দেখা গেছে যে নানা শ্রেণীর ও প্রকৃতির বৈশিষ্ট্য বা ঘটনা এই স্বাভাবিক বণ্টনের চিত্ররূপ অনুসরণ করে থাকে। সেগুলির মধ্যে উল্লেখযোগ্য হল কোন দেশের বা কোন জাতির নারী ও পুরুষের জন্মের অনুপাত, গাছপালা বা প্রাণীদের বিভিন্ন শ্রেণীর জন্মের হার; উচ্চতা ও ওজন; জন্ম, মৃত্যু ইত্যাদির হার; কোন ফ্যাক্টরির শ্রমিকদের বেতন বা উৎপাদন; বুদ্ধির অভীক্ষার ফল; প্রতিক্রিয়া কাল (Reaction Time); শিক্ষামূলক পরীক্ষার ফলাফল ইত্যাদি।

অসমঞ্জসতার পরিমাপ (Measuring Asymmetry)

যখন কোন বণ্টনের চিত্র আদর্শ চিত্ররূপ অনুসরণ করে না তখন তাকে অসমঞ্জস (Asymmetrical) চিত্র বলে। এই অসমঞ্জসতা দু'শ্রেণীর হয়। তির্যকতা বা স্কুনেশ (Skewness) ও কার্টোসিস (Kurtosis)।

তির্যকতা বা স্কুনেশ (Skewness)

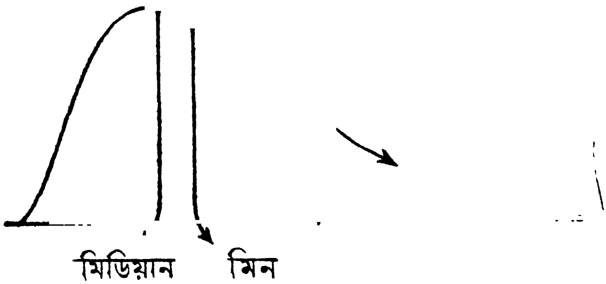
একটি বণ্টনকে তির্যক বা স্কুড (Skewed) বলা হয় যখন তার মিন, মিডিয়ান ও মোড একই বিন্দুতে পড়ে না। আমরা জানি স্বাভাবিক বণ্টনে মিন, মিডিয়ান



[ঋণাত্মকভাবে স্কুড (Negatively Skewed)]

ও মোড একই বিন্দুতে মিশে যায়। তির্যকতা বা স্কুনেশ আবার দু'শ্রেণীর হতে পারে—ঋণাত্মক (Negative) ও ধনাত্মক (Positive)। একটি চিত্রকে

ঋণাত্মকভাবে স্কুড (Negatively Skewed) বলা হয় যখন অধিকাংশ স্কোর ডানদিকে জমা হয়ে যায়, ফলে বামদিকটি যায় নীচু হয়ে এবং ডানদিকটি বেশী পরিমাণে ফুলে যায়। আবার একটি চিত্রকে ধনাত্মকভাবে স্কুড (Positively



[ধনাত্মক স্কুড (Positively Skewed)]

Skewed) বলা হয় যখন অধিকাংশ স্কোরই বাঁদিকে এসে জমা হয়, ফলে ডানদিকটি যায় নীচু হয়ে এবং বাঁদিকটি ওঠে বেশী পরিমাণে ফুলে। ঋণাত্মক স্কুনেশের ক্ষেত্রে প্রথমে থাকে মিন, পরে মিডিয়ান। আর ধনাত্মক স্কুনেশের ক্ষেত্রে প্রথমে থাকে মিডিয়ান, পরে থাকে মিন। স্কুনেশ নির্ণয় করার একটি সূত্র হল—

$$SK = \frac{3\,(\text{মিন}—\text{মিডিয়ান})}{\sigma}$$

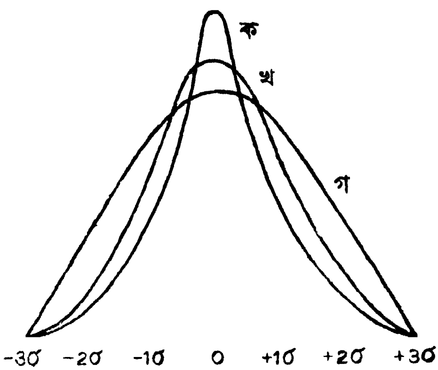
29 পৃষ্ঠার বণ্টনে এই সূত্রটি প্রয়োগ করে বণ্টনটির স্কুনেশ পাওয়া গেল :

$$SK = \frac{3(70{\cdot}80 - 72{\cdot}00)}{12{\cdot}63} = -{\cdot}29$$

কার্টোসিস (Kurtosis)

কার্টোসিস বলতে বোঝায় চিত্রটি মাথায় স্বাভাবিক বণ্টনের চিত্রের তুলনায় কতটুকু ছুঁচালো বা কতটুকু চ্যাপ্টা। পরের পাতার ছবিটিতে খ-চিহ্নিত রেখা-চিত্রটি হল স্বাভাবিক বণ্টনের চিত্র। কার্টোসিস দু'রকমের হতে পারে। বণ্টনটি স্বাভাবিক বণ্টনের চেয়ে অধিক ছুঁচালো হতে পারে। আবার বণ্টনটি স্বাভাবিক বণ্টনের চেয়ে অধিক চ্যাপ্টা হতে পারে। পর পৃষ্ঠার চিত্রটিতে ক-চিহ্নিত রেখাচিত্রটি

স্বাভাবিক বণ্টনের ছবির চেয়ে উচ্চশীর্ষসম্পন্ন বা বেশী ছুঁচালো। একে বলা হয় লেপ্টোকার্টিক (Leptokurtic)। গ-চিহ্নিত রেখাচিত্রটি স্বাভাবিক বণ্টনের চেয়ে



[কার্টোসিসের পরিমাপ]

নিম্নশীর্ষসম্পন্ন বা চ্যাপ্টা। একে বলা হয় প্ল্যাটিকার্টিক (Platikurtic)।

অসমঞ্জস বা অস্বাভাবিক বণ্টন (Non-normal Distribution)

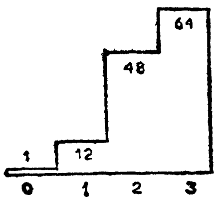
আমরা দেখেছি যে এমন কতকগুলি বৈশিষ্ট্য বা সংলক্ষণ (traits) আছে যেগুলিকে তাদের ফ্রিকোয়েন্সী অনুযায়ী সাজালে চিত্রটি স্বাভাবিক বণ্টনের আকার ধারণ করে। যেমন বুদ্ধি, উচ্চতা, জন্ম-মৃত্যুর হার ইত্যাদি।

তেমনই আবার কতকগুলি বৈশিষ্ট্য আছে যেগুলির বণ্টন মোটেই স্বাভাবিক আকৃতির নয়। স্বাভাবিক বণ্টনের ক্ষেত্রে ঐ বিশেষ বৈশিষ্ট্যটির আবির্ভাব সম্ভাবনার (chance) প্রাকৃতিক নিয়ম মেনে চলে। কিন্তু কোন বৈশিষ্ট্যের মধ্যে যদি একটি উপাদান অত্যন্ত শক্তিশালী বা তীব্র মাত্রার হয় তাহলে ঐটির আবির্ভাব সম্ভাবনার প্রাকৃতিক নিয়ম মেনে চলবে না। সেখানে বণ্টনের আকৃতি তখন স্বাভাবিক রূপ ধারণ করবে না। ফলে বণ্টনের চিত্রটিতে স্কুনেশ বা কার্টোসিস বা দুইই থাকতে পারে।

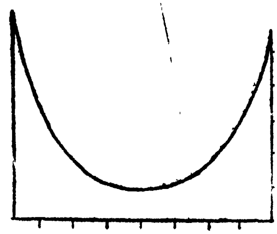
আমরা এর আগে জেনেছি যে যদি দুটি মুদ্রাকে বার বার উপরের দিকে ছোঁড়া যায় তাহলে তাদের অশোকস্তম্ভের দিকটা এবং সংখ্যার দিকটার পতনের বিভিন্ন সম্মেলনের রেখাচিত্রটি স্বাভাবিক বণ্টনের চিত্রের আকৃতি ধারণ করবে। কিন্তু যদি মুদ্রা দুটির বিশেষ একটি দিক অপর দিকের চেয়ে ভারী করে তৈরী করা হয় তাহলে তাদের দুটি পিঠের পতনের বিভিন্ন সম্মেলনের রেখাচিত্রটি অসমঞ্জস বা অস্বাভাবিক বণ্টনের আকৃতি ধারণ করবে। মনে করা যাক এই ধরনের দুটি মুদ্রার

ক্ষেত্রে অশোকস্তম্ভের দিকটার পড়ার সম্ভাবনা এবং সংখ্যার দিকটার পড়ার সম্ভাবনার মধ্যে অনুপাত হল 4 : 1 ; তাহলে এই দুটি মুদ্রার উৎক্ষেপণে তার দু'পিঠের পতনের সম্মেলনের যদি রেখাচিত্র আঁকা হয় তাহলে চিত্রটি ভীষণভাবে স্কুড হয়ে যাবে এবং নীচের বাঁদিকের প্রথম চিত্রটির মত আকৃতি নেবে। এই ধরনের চিত্রটি অনেকটা J অক্ষরের মত দেখতে বলে একে J-রেখাচিত্র (J-curve) বলা হয়।

আর এক ধরনের অস্বাভাবিক বা অসমঞ্জস বণ্টনকে অনেকটা ইংরাজী U অক্ষরের মত দেখতে হয়। মনে করা যাক এমন একটা রোগ পাওয়া গেল যেটা ছেলে বয়সে এবং বৃদ্ধ বয়সে খুব বেশী হয় কিন্তু মধ্যবর্তী বয়সে বেশ কম দেখা যায়। এখন



J—চিত্র



U—চিত্র

এই রোগের আবির্ভাবের বণ্টনের যদি একটি রেখাচিত্র আঁকা যায় তাহলে তা U'র আকৃতি নেবে। এই ধরনের চিত্রকে U-চিত্র (U-curve) বলা হয়। উপরের ডানদিকের ছবিটি U-বণ্টনের উদাহরণ।

অনুশীলনী

১। পাঁচটি মুদ্রাকে বত্রিশ বার উপরে ছোঁড় এবং কতবার 'সংখ্যার' দিক এবং কত বার 'অশোকস্তম্ভের' দিকটি পড়ে লিপিবদ্ধ কর। এই পতনের বাবের একটি ফ্রিকোয়েন্সী পলিগন আঁক। বণ্টনটির আদর্শ বিচ্যুতি (SD) নির্ণয় কর।

২। নীচে প্রদত্ত প্রান্ত দুটির মধ্যে স্বাভাবিক বণ্টনের কত অংশ অন্তর্ভুক্ত বল—

(ক) মিন এবং 1σ (এবং -1σ) (গ) 1σ এবং -1σ

(খ) মিন এবং 2σ (এবং -2σ) (ঘ) 3σ এবং -3σ

ছয়

ক্রমসমষ্টিমূলক বা কিউমুলেটিভ বণ্টন ও অন্যান্য চিত্রমূলক পদ্ধতি

ইতিপূর্বে আমরা পলিগন এবং হিস্টোগ্রামের সাহায্যে একটি ফ্রিকোয়েন্সী বণ্টনের চিত্ররূপ দেবার পদ্ধতির সঙ্গে পরিচিত হয়েছি। বর্তমানে আমরা আরও দুটি চিত্রমূলক পদ্ধতি সম্বন্ধে আলোচনা করব। একটি হল ক্রমসমষ্টিমূলক বা কিউমুলেটিভ ফ্রিকোয়েন্সী চিত্র (Cumulative Frequency Graph) এবং অপরটি হল ক্রমসমষ্টিমূলক শতকরা চিত্র বা কিউমুলেটিভ পার্সেণ্টেজ কার্ভ (Cumulative Percentage Curve) বা ওজাইভ (Ogive)।

ক্রমসমষ্টিমূলক ফ্রিকোয়েন্সী চিত্র

(Cumulative Frequency Graph)

ক্রমসমষ্টিমূলক ফ্রিকোয়েন্সী চিত্রও একটি ফ্রিকোয়েন্সী বণ্টনকে চিত্রের আকারে নিয়ে যাবার আর একটি পদ্ধতি বিশেষ। এই চিত্রে ফ্রিকোয়েন্সীগুলিকে পর পর যোগ করে যেতে হয়। এই জন্যই এই ধরনের চিত্ররূপকে কিউমুলেটিভ (Cumulative) বা ক্রমসমষ্টিমূলক চিত্র বলা হয়।

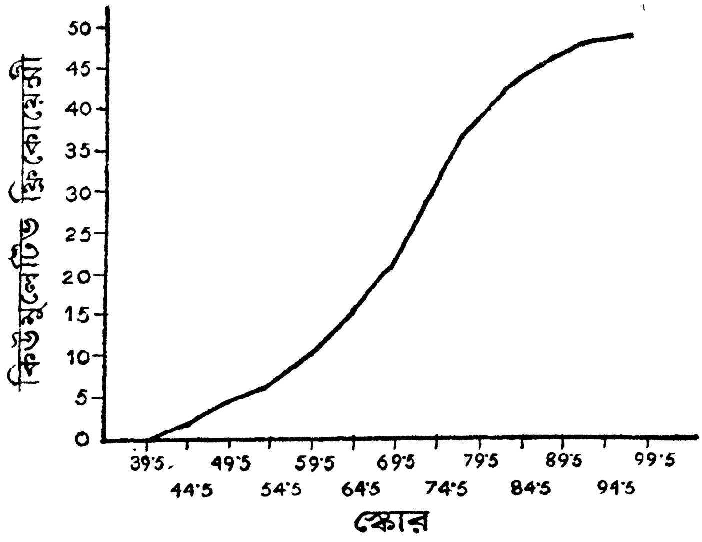
29 পাতায় প্রদত্ত বণ্টনটির ফ্রিকোয়েন্সীগুলিকে ক্রমসমষ্টিমূলক ফ্রিকোয়েন্সীতে নিয়ে গেলে দাঁড়ায় :—

স্কোর	ফ্রিকোয়েন্সী	ক্রমসমষ্টিমূলক ফ্রিকোয়েন্সী (*cum. f*)
95—99	1	50
90—94	2	49
85—89	4	47
80—84	5	43
75—79	8	38
70—74	10	30
65—69	6	20
60—64	4	14
55—59	4	10
50—54	2	6
45—49	3	4
40—44	1	1
	N=50	

এই বণ্টনে ফ্রিকোয়েন্সীগুলিকে নীচে থেকে উপর দিকে পর পর যোগ করে যাওয়া হয়েছে। যেমন, প্রথম শ্রেণীব্যবধানের ক্রমসমষ্টিমূলক ফ্রিকোয়েন্সী হল 1,

দ্বিতীয় শ্রেণীব্যবধানের হল $1+3=4$, তৃতীয়টির $4+2=6$, চতুর্থটির $6+4=10$, এইভাবে সর্বোচ্চ শ্রেণীব্যবধানের ক্রমসমষ্টিমূলক ফ্রিকোয়েন্সী দাঁড়াচ্ছে 50 অর্থাৎ মোট সংখ্যা বা N’র সমান। এইবার ক্রমসমষ্টিমূলক ফ্রিকোয়েন্সী অনুযায়ী বণ্টনটিকে যদি চিত্রের আকারে নিয়ে যাওয়া যায় তবে আমরা নীচের রেখাচিত্রটি পাব।

এই চিত্রে বণ্টনটির শ্রেণীব্যবধানগুলি x-অক্ষরেখায় এবং ক্রমসমষ্টিমূলক ফ্রিকোয়েন্সীগুলি y-অক্ষরেখায় বসান হয়েছে। মোট শ্রেণীব্যবধানের সংখ্যা হল 12, অতএব 75%’র সূত্র অনুযায়ী চিত্রটির উচ্চতা 12’র $\frac{3}{4}$ অর্থাৎ 9 শ্রেণীব্যবধানের সমান হবে। এখানে সর্বোচ্চ ফ্রিকোয়েন্সী হল 50। অতএব



[65 পৃষ্ঠার বণ্টনের কিউমুলেটিভ ফ্রিকোয়েন্সী গ্রাফ বা ক্রমসমষ্টিমূলক ফ্রিকোয়েন্সী চিত্র]

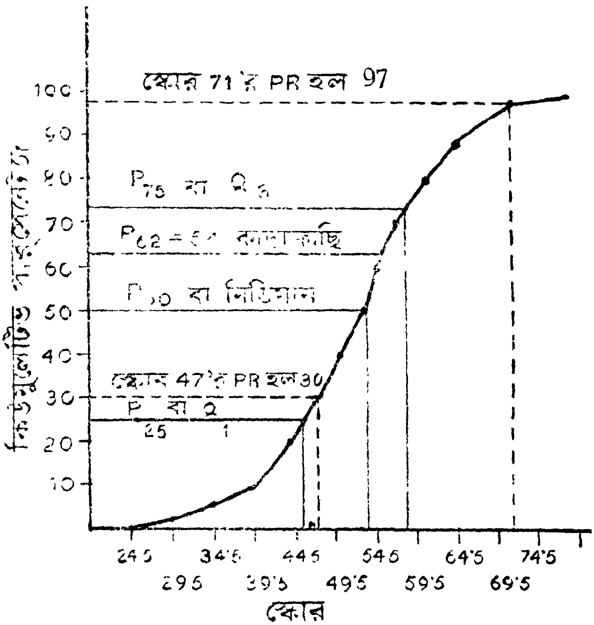
$50 \div 9 = 6$ স্কোর (কাছাকাছি) হল y-অক্ষরেখার এককের দৈর্ঘ্য। অঙ্কনের সুবিধার জন্য উপরের চিত্রে y-অক্ষরেখার এককের দৈর্ঘ্য 5 এবং মোট এককের সংখ্যা 10 ধরে নেওয়া হয়েছে।

ক্রমসমষ্টিমূলক ফ্রিকোয়েন্সী চিত্র অঙ্কনের সময় একটি কথা মনে রাখতে হবে। পলিগন অঙ্কনে আমরা প্রত্যেকটি শ্রেণীব্যবধানের মধ্যবিন্দু নিয়েছিলাম। কিন্তু এখানে প্রত্যেকটি ক্রমসমষ্টিমূলক ফ্রিকোয়েন্সী ঐ শ্রেণীব্যবধানের ঊর্ধ্বসীমায় ছকতে হবে। ক্রমসমষ্টিমূলক ফ্রিকোয়েন্সী বণ্টনে একেবারে নীচে থেকে সুরু করে প্রত্যেক শ্রেণীব্যবধানের শেষ সীমা পর্যন্ত যত স্কোর আছে সবগুলিকে যোগ করে ঐ ব্যবধানের ফ্রিকোয়েন্সী নির্ণয় করা হয়।

ক্রমসমষ্টিমূলক শতকরা রেখাচিত্র বা ওজাইভ

(Cumulative Percentage Curve or Ogive)

ক্রমসমষ্টিমূলক শতকরা রেখাচিত্রে ফ্রিকোয়েন্সীগুলিকে সাধারণত ক্রমসমষ্টিমূলক ফ্রিকোয়েন্সী বণ্টনের মত পর পর যোগ করে যাওয়া ত হয়ই, উপরন্তু প্রত্যেকটি



[65 পৃষ্ঠার বণ্টনের ক্রমসমষ্টিমূলক শতকরা রেখাচিত্র বা ওজাইভ]

ফ্রিকোয়েন্সী বণ্টনের মোট সংখ্যা N'র শতকরা রূপে প্রকাশ করা হয়। যেমন, 65 পৃষ্ঠার ক্রমসমষ্টিমূলক বণ্টনে 45—49 শ্রেণীব্যবধানের ক্রমসমষ্টিমূলক ফ্রিকোয়েন্সী হল 4 ; এখানে মোট সংখ্যা (N) হল 50 ; অতএব যদি এই ফ্রিকোয়েন্সীটিকে ক্রমসমষ্টিমূলক শতকরায় নিয়ে যাওয়া যায় তাহলে এটি দাঁড়াবে 8। তেমনই 60—64 শ্রেণীব্যবধানটির শতকরা ক্রমসমষ্টিমূলক ফ্রিকোয়েন্সী হবে 28 ; 80—84'র ক্রমসমষ্টিমূলক শতকরা ফ্রিকোয়েন্সী হবে 86। পরের পাতায় একটি নূতন ফ্রিকোয়েন্সী বণ্টনের ক্রমসমষ্টিমূলক ফ্রিকোয়েন্সী (Cumulative Frequencies) এবং ক্রমসমষ্টিমূলক শতকরা ফ্রিকোয়েন্সীর (Cumulative Percentage Frequencies) তালিকা দেওয়া হল।

(1)	(2)	(3)	(4)
স্কোর	f	$Cum.f$	$Cum \% f$
75—79	1	125	100·0
70—74	3	124	99·2
65—69	6	121	96·8
60—64	12	115	92·0
55—59	20	103	82·4
50—54	36	83	66·4
45—49	20	47	37·6
40—44	15	27	21·6
35—39	6	12	9·6
30—34	4	6	4·8
25—29	2	2	1·6
	N = 125		

উপরের বণ্টনে প্রথম স্তম্ভে শ্রেণীব্যবধানগুলির, দ্বিতীয় স্তম্ভে তাদের ফ্রিকোয়েন্সীগুলির, তৃতীয় স্তম্ভে ঐ ফ্রিকোয়েন্সীগুলির ক্রমসমষ্টিমূলক (Cumulative) রূপ এবং চতুর্থ স্তম্ভে ঐ ক্রমসমষ্টিমূলক ফ্রিকোয়েন্সীগুলির শতকরা রূপ দেওয়া হয়েছে। শতকরা বলতে অবশ্য বোঝাচ্ছে মোট সংখ্যা N'র শতকরা রূপ। এই শতকরা নির্ণয় করার নিয়ম হল প্রথম $\frac{1}{N}$ বার করে নিতে হয়। একে হার (Rate) বলা হয়। এইবার প্রত্যেকটি ক্রমসমষ্টিমূলক ফ্রিকোয়েন্সীকে ঐ হার দিয়ে গুণ করে তারপর 100 দিয়ে গুণ করে নিলেই ক্রমসমষ্টিমূলক শতকরা পাওয়া যাবে। উদাহরণস্বরূপ, উপরে প্রদত্ত বণ্টনের হার হল $\frac{1}{125} = \cdot 008$। এইবার 25—29 শ্রেণীব্যবধানটির ক্রমসমষ্টিমূলক শতকরা হবে $2 \times \cdot 008 \times 100 = 1 \cdot 6$; সেই রকম 30—34 শ্রেণীব্যবধানটির ফ্রিকোয়েন্সী হবে $6 \times \cdot 008 \times 100 = 4 \cdot 8$ ইত্যাদি।

শতাংশবিন্দু নির্ণয় (Calculation of Percentile Points)

আমরা দেখেছি যে কোন ফ্রিকোয়েন্সী বণ্টনে মিডিয়ান হল সেই বিন্দু যার নীচে আছে স্কোরগুলির 50%। তেমনই Q_1 হল সেই বিন্দু যার নীচে আছে 25% স্কোর এবং Q_3 হল সেই বিন্দু যার নীচে আছে 75% স্কোর। সেই রকম বণ্টনের মধ্যে আমরা আরও অনুরূপ বিন্দু কল্পনা করতে পারি যার নীচে 10%, 40%, 65%, 92%, কিংবা যে কোন শতকরা স্কোর থাকতে পারে এই ধরনের বিন্দু-

গুলিকে সাধারণভাবে পার্সেন্টাইল (Percentile) বা শতাংশ বিন্দু বলা হয় এবং সেগুলিকে P_{10}, P_{47}, P_{65}, ইত্যাদি প্রতীক দিয়ে বোঝান হয়ে থাকে। বলা বাহুল্য মিডিয়ান হল P_{50}, Q_1 হল P_{25} এবং Q_3 হল P_{75}।

শতাংশ বিন্দু এবং পার্সেন্টাইল নির্ণয় করার সূত্র হল :—

$$Pp = l + \left\{\frac{pN - F}{fp}\right\} \times i$$

[এখানে p হল বণ্টনে যে শতকরা চাওয়া হয়েছে সেটি, যেমন, 13%, 35% ইত্যাদি।

l হল যে শ্রেণীব্যবধানে Pp পড়ে তার ঠিক নিম্নসীমা।

pN হল Ppতে পৌঁছতে N'র যে অংশটুকু নীচে থেকে গুনে নিতে হবে।

F হল l'র নীচে যত শ্রেণীব্যবধান আছে সে সবগুলির স্কোরের সমষ্টি।

fp হল Pp যে শ্রেণীব্যবধানে পড়ে তার স্কোরগুলির সংখ্যা

i হল শ্রেণীব্যবধানের দৈর্ঘ্য।]

উদাহরণস্বরূপ, 65 পৃষ্ঠার বণ্টনটির P_{10} বার করা হচ্ছে। এখানে N হচ্ছে 50। অতএব এখানে 10% বলতে 50'র 10% বা 5। অতএব P_{10} হল বণ্টনের সেই বিন্দু যার ঠিক নীচে 5টি স্কোর আছে। অতএব নীচে থেকে গুনে দেখা গেল যে 5টি স্কোর গিয়ে শেষ হচ্ছে বা P_{10} গিয়ে পড়ছে 50—54 শ্রেণীব্যবধানে। অতএব এখানে l হল 50—54'র নিম্নসীমা বা 49·5। pN হল এখানে P_{10}'র নীচে N'র যে অংশটা পড়েছে, এখানে 5 ; F হল l'র নীচের শ্রেণীব্যবধানগুলির স্কোরের সমষ্টি, এখানে 4 ; fp হচ্ছে যে শ্রেণীব্যবধানে P_{10} পড়ছে তার মোট স্কোর, এখানে 2 ; আর i হল এখানে 5 ; অতএব উপরের সূত্রটি প্রয়োগ করে আমরা পাচ্ছি—

$$P_{10} = 49{\cdot}5 + \left(\frac{5-4}{2}\right) \times 5 = 52{\cdot}0$$

এইভাবে আমরা 65 পৃষ্ঠার বণ্টনটির P_{20}, P_{30}, P_{50}, P_{60} ইত্যাদিও নির্ণয় করতে পারি। যেমন—

$P_{20} = 59{\cdot}5 + \left(\frac{10-10}{4}\right) \times 5 = 59{\cdot}5$ [50'র 20% = 10]

$P_{30} = 64{\cdot}5 + \left(\frac{15-14}{6}\right) \times 5 = 65{\cdot}3$ [50'র 30% = 15]

$P_{40} = 69{\cdot}5 + \left(\frac{20-20}{8}\right) \times 5 = 69{\cdot}5$ [50'র 40% = 20]

$P_{50} = 69{\cdot}5 + \left(\frac{25-20}{10}\right) \times 5 = 72{\cdot}0$ [50'র 50% = 25] (মিডিয়ান)

$P_{60} = 74{\cdot}5 + \left(\frac{30-30}{8}\right) \times 5 = 74{\cdot}5$ [50'র 60% = 30]

$P_{70} = 74{\cdot}5 + \left(\frac{35-30}{8}\right) \times 5 = 77{\cdot}6$ [50'র 70% = 35]

$P_{80} = 79{\cdot}5 + \left(\frac{40-38}{5}\right) \times 5 = 81{\cdot}5$ [50'র 80% = 40]

$P_{90} = 84{\cdot}5 + \left(\frac{45-43}{4}\right) \times 5 = 87{\cdot}0$ [50'র 90% = 45]

শতাংশ সারি গণনা
(Calculation of Percentile Rank or PR)

শতাংশ সারি বা পার্সেণ্টাইলগুলি হল বণ্টনের মধ্যে বিশেষ বিন্দু যার নীচে মোট স্কোর বা N'র বিশেষ বিশেষ শতকরা থাকে। P_{10} মানে হল বণ্টনের মধ্যে সেই বিন্দু যার নীচে মোট স্কোরের 10% থাকে।

কিন্তু শতাংশ সারি বা পার্সেণ্টাইল র‍্যাঙ্ক (সংক্ষেপে PR) বলতে একটি বণ্টনে কোন বিশেষ ব্যক্তির অবস্থিতিকে বোঝায়। অর্থাৎ ব্যক্তির নিজস্ব স্কোর অনুযায়ী বণ্টনের মধ্যে তার একটি বিশেষ স্থান আছে। এই স্থানটিকেই ঐ বণ্টনের মধ্যে ব্যক্তির সারি (Rank) বলা যেতে পারে। এই সারিটিকে শতকরা রূপে অর্থাৎ 100'র অংশরূপে প্রকাশ করার জন্য এটিকে পার্সেণ্টাইল র‍্যাঙ্ক বা শতাংশ সারি নাম দেওয়া হয়েছে।

শতাংশ সারি বা পার্সেণ্টাইল র‍্যাঙ্ক (PR) নির্ণয় করার সময় প্রথমে যে ব্যক্তির PR নির্ণয় করা হয় তার স্কোরটি নিতে হয়। তারপর দেখতে হয় যে মোট স্কোরের শতকরা কত ভাগ ঐ স্কোরটির নীচে আছে। এই শতকরাটি হল ঐ ব্যক্তির শতাংশ সারি বা পার্সেণ্টাইল র‍্যাঙ্ক বা PR।

এইবার শতাংশ সারি বা PR'র সঙ্গে শতাংশ বিন্দু বা পার্সেণ্টাইলের পার্থক্যটা বোঝা যাবে। পার্সেণ্টাইল বা শতাংশ বিন্দু নির্ণয় করার সময় আমরা সুরু করেছিলাম মোট স্কোরের একটি বিশেষ শতকরা নিয়ে যেমন 10% বা 30%; তারপর আমরা বণ্টনটির নীচে থেকে উপর দিকে গণনা করে দেখেছিলাম যে কোন্ বিন্দুতে গিয়ে পৌঁছলে ঐ বিশেষ শতকরাটি পাওয়া যাবে এবং গণনার ফলে যে বিন্দুটি পাওয়া গেল সেই বিন্দুটিকেই পার্সেণ্টাইল বা শতাংশ বিন্দু নাম দিয়েছিলাম, যেমন P_{10} বা P_{30}।

কিন্তু শতাংশ সারি বা পার্সেণ্টাইল র‍্যাঙ্ক (PR) বার করার সময় আমরা ঠিক বিপরীত পন্থা অবলম্বন করি। এখানে আমরা ব্যক্তির স্কোর থেকে সুরু করি এবং বণ্টনের মধ্যে ঐ স্কোরের নীচে শতকরা কত স্কোর আছে তা নির্ণয় করি।

উদাহরণস্বরূপ, মনে করা যাক যে 65 পৃষ্ঠার বণ্টনে এক ব্যক্তির স্কোর হল 67, তার PR কত? বণ্টন থেকে দেখা যাচ্ছে যে 67 স্কোরটি পড়ছে 65—69 শ্রেণী-ব্যবধানে। এই শ্রেণীব্যবধানটির ঠিক নীচ পর্যন্ত অর্থাৎ এর নিম্নপ্রান্ত 64·5 পর্যন্ত আছে 14টি স্কোর এবং শ্রেণীব্যবধানটির মধ্যে ছড়িয়ে আছে 6টি স্কোর। এখন এই শ্রেণীব্যবধানের দৈর্ঘ্য অর্থাৎ 5 দিয়ে 6কে ভাগ করলে আমরা শ্রেণীব্যবধানটির প্রতি এককে পাব 1·2 স্কোর। এখন দেখা যাচ্ছে যে ব্যক্তির স্কোরটি (অর্থাৎ 67) ঐ

শ্রেণীব্যবধানটির নিম্নপ্রান্ত 64·5 থেকে (67·0 – 64·5) 2·5 স্কোর একক দূরে অবস্থিত। 2·5কে 1·2 দিয়ে গুণ করলে পাওয়া যায় 3·00 এবং এটাই হল ঐ শ্রেণীব্যবধানের নিম্নপ্রান্ত 64·5 থেকে 67'র স্কোরগত দূরত্ব। এইবার 14'র (62·4'র নীচে মোট স্কোর) সঙ্গে 3·00 যোগ করে পাওয়া গেল 17 এবং 17 হল মোট স্কোর বা N'র সেই অংশ যা 67'র নীচে আছে। এইবার আমরা এই 17কে মোট স্কোরের শতকরায় নিয়ে গেলে পাব 34%। অতএব স্কোর 67'র PR বা শতাংশ সারি হল 34 ; এইভাবে আমরা বণ্টনের যে কোন স্কোরের PR বা শতাংশ সারি বার করতে পারি। যেমন, 65 পাতার বণ্টনের স্কোর 63'র PR হল 26, 52'র PR হল 10, 72'র (মিডিয়ান) PR হল 50 এবং 87'র PR হল 90।

শতাংশ বিন্দু বা পার্সেণ্টাইল এবং শতাংশ সারি বা পার্সেণ্টাইল র‍্যাঙ্ক—এ দু'টি ক্রমসমষ্টিমূলক শতকরা বণ্টন (68 পাতায় দ্রষ্টব্য) এবং ওজাইভের চিত্র (67 পাতায় দ্রষ্টব্য) থেকে সরাসরি গণনা করা যায়। যেমন—

65 পাতার বণ্টনটির ক্রমসমষ্টিমূলক শতকরা ফ্রিকোয়েন্সীগুলি থেকে 71তম শতাংশ বিন্দুটি গণনা করা হচ্ছে। ঐ বণ্টনটির (4) নম্বর স্তম্ভে দেখা যাচ্ছে যে

মোট স্কোরের 66·4% আছে 54·5 বিন্দু পর্যন্ত

মোট স্কোরের 82·4% আছে 59·5 বিন্দু পর্যন্ত।

তাহলে (82·4% – 66·4%) স্কোরের জন্য আছে 5·0 স্কোর।

কিন্তু 71% হচ্ছে 66·4%'র চেয়ে 4·6% উপরে।

তাহলে 16·0%'র জন্য যদি 5 বিন্দু থাকে

তবে 4·6%'র জন্য থাকবে $\frac{5}{16\cdot0} \times 4\cdot6 = 1\cdot4$ বিন্দু।

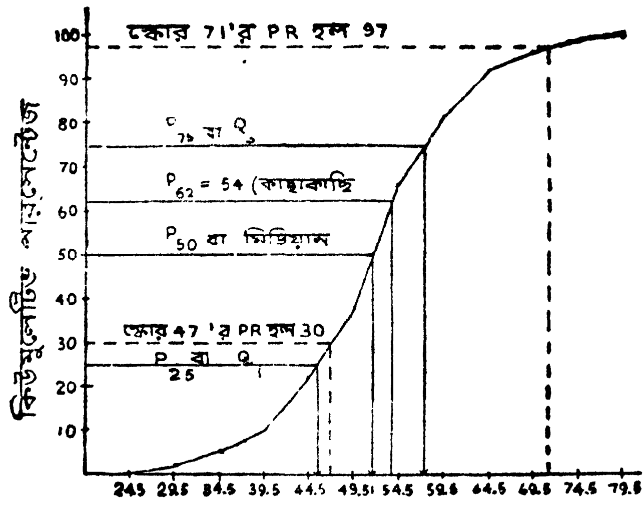
অতএব 71তম পার্সেণ্টাইল হল $54\cdot5 + 1\cdot4 = 55\cdot9$

অনেক সময় এভাবে গণনা করারও দরকার পড়ে না এবং আমরা সরাসরি বণ্টন থেকে কতকগুলি পার্সেণ্টাইল গুনে ফেলতে পারি। যেমন ঐ বণ্টনটিতে 22তম পার্সেণ্টাইল 44·5'র কাছাকাছি বা 92তম পার্সেণ্টাইল 64·5, 97তম পার্সেণ্টাইল 69·5'র কাছাকাছি, ইত্যাদি।

PRও আমরা এভাবে সরাসরি বণ্টন থেকে গণনা করতে পারি। যেমন, মনে করা যাক 48 স্কোরের PR বার করা হচ্ছে। বণ্টনের (4) স্তম্ভ থেকে দেখা গেল যে 44·5 বিন্দুর নীচে আছে মোট স্কোরের 21·6% ; স্কোর 48 হল 44·5 থেকে 3·5 বিন্দু দূরে। 48 স্কোর পড়েছে 45—49 শ্রেণীব্যবধানেতে যার মধ্যে আছে 5টি স্কোর একক এবং মোট বণ্টনের 16·0% (37·6 – 21·6) পড়েছে এই শ্রেণীব্যবধানেতে। অতএব 5 এককে যদি 16·0% থাকে, তাহলে 3·5 এককে থাকবে $\left(\frac{16\cdot0}{5\cdot0} \times 3\cdot5\right)\% = 11\cdot2\% =$ 48'র স্কোর-দূরত্ব 44·5 থেকে। তাহলে 48 স্কোরের

নীচে থাকছে মোট 21·6%+11·2%=32·8%=33%। অতএব 48'র PR হল 33। মনে রাখতে হবে, যে ক্রমসমষ্টিমূলক শতকরা ফ্রিকোয়েন্সীগুলি বণ্টনে দেওয়া থাকে সেগুলি শ্রেণীব্যবধানের ঠিক উর্ধ্ব প্রান্তটির PR কে বোঝায়। যেমন 55—59 শ্রেণীব্যবধানের ক্রমসমষ্টিমূলক শতকরা ফ্রিকোয়েন্সী হল 82·4। অতএব 59·5 স্কোরের PR হল 82·4। তেমনই 74·5'র PR হল 99·2, 64·5'র PR হল 92·0 ইত্যাদি।

ওজাইভ চিত্র থেকেও পার্সেণ্টাইল র‍্যাঙ্ক গণনা করা যায়। যেমন উদাহরণস্বরূপ, নীচের ওজাইভে আমরা P_{50} বা মিডিয়ান বার করতে চাই। y-অক্ষে যেখানে 50 ফ্রিকোয়েন্সী আছে সেখান থেকে x অক্ষরেখার সঙ্গে সমান্তরাল করে ওজাইভ রেখার উপর একটি রেখা টানা হল। যে বিন্দুতে রেখাটি ওজাইভকে স্পর্শ করল সেখান থেকে x-অক্ষরেখার উপর একটি লম্ব টানা হল। x-অক্ষের উপর যে স্কোরটিতে ঐ লম্বটি স্পর্শ করল সেইটি হল মিডিয়ান, এখানে 51·5। এইভাবে পাওয়া পার্সেণ্টাইলগুলি সব সময় একেবারে নিখুঁত হয় না, কিন্তু সাধারণভাবে কাজ চালানোর পক্ষে যথেষ্টই কার্যকর বলে ধরা হয়। যেমন, এই শ্রেণীবণ্টনটির মিডিয়ান গাণিতিক নিয়মে বার করলে পাওয়া যাবে 51·65, ওজাইভ থেকে পাওয়া গেল 51·5। একই ভাবে ঐ চিত্র থেকে আমরা অন্যান্য পার্সেণ্টাইল বার করতে পারি। P_{25} বা Q_1 হল 45·0, P_{75} বা Q_3 হল 57·0। অঙ্ক কষে বার করলে Q_1 পাওয়া যাবে 45·56 এবং Q_3 হবে 57·19।



[65 পৃষ্ঠার বণ্টনের ক্রমসমষ্টিমূলক শতকরা ফ্রিকোয়েন্সী চিত্র বা ওজাইভ]

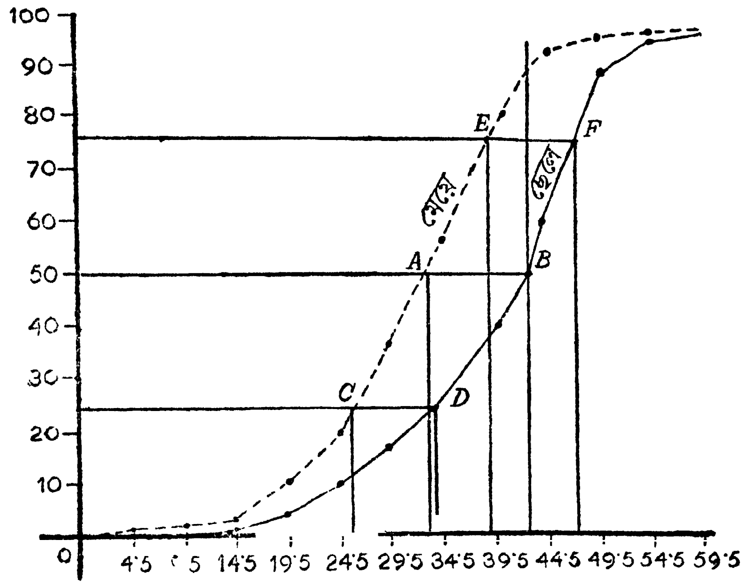
ওজাইভ থেকে শতাংশ সারি বা পার্সেণ্টাইল র‍্যাঙ্ক (PR) বার করতে ঠিক উল্টো পথে যেতে হয়। প্রথমে x-অক্ষরেখায় ব্যক্তির স্কোরটি বার করতে হয়। এইবার

ঐ বিন্দুর উপর একটি লম্ব টানতে হয় এবং ঐ লম্ব যে বিন্দুতে ওজাইভকে স্পর্শ করল সেই বিন্দু থেকে y-অক্ষরেখার উপর x-অক্ষরেখার সমান্তরাল করে সরলরেখা টানা হল। যে বিন্দুতে এই রেখাটি y-অক্ষরেখাকে স্পর্শ করল সে বিন্দুটির শতকরা ফ্রিকোয়েন্সীই হল ঐ স্কোরটির PR। যেমন, 71 স্কোরের PR এভাবে বার করলে পাওয়া যাবে 97। তেমনই 47 স্কোরের PR পাওয়া যাবে 30, ইত্যাদি। পার্সেন্টাইলের মতই ওজাইভ থেকে বার করা PR সব সময় নিখুঁত হয় না। অবশ্যই সাধারণ কাজের পক্ষে এভাবে নির্ণয় করা PRই যথেষ্ট।

ওজাইভের ব্যবহার

ওজাইভের বহুবিধ ব্যবহার প্রচলিত আছে। প্রথমত, ওজাইভের সাহায্যে আমরা শতাংশ বিন্দু বা পার্সেন্টাইল এবং শতাংশ সারি বা পার্সেন্টাইল র‍্যাঙ্ক (PR) বার করতে পারি। এর দ্বারা গাণিতিক পদ্ধতি অনুসরণ করার সময় ও শ্রম বাঁচে। এ সম্বন্ধে আমরা পূর্বে বিস্তারিত আলোচনা করেছি।

দ্বিতীয়ত, ওজাইভের সাহায্যে দুটি দলের কাজের মধ্যে একটি সামগ্রিক তুলনা করা যেতে পারে। মনে করা যাক 200টি দশ বৎসরের ছেলে এবং 200টি দশ বৎসরের



[একই অক্ষরেখায় একদল ছেলে ও একদল মেয়ের স্কোরের ওজাইভ]

মেয়ের উপর একটি অভীক্ষা দেওয়া হল। এই দুটি দল থেকে দু'প্রস্থ স্কোর পাওয়া গেল এবং সেগুলির সাহায্যে একই অক্ষরেখায় দুটি ওজাইভ টানা হল। এখন এই দুটি ওজাইভ থেকে আমরা দু'দল সম্বন্ধে নানা গুরুত্বপূর্ণ তথ্য সংগ্রহ করতে পারি।

যেমন, দেখা যাচ্ছে যে, ছেলেদের স্কোর মেয়েদের স্কোরের চেয়ে সব দিক দিয়ে বেশী। এই দু' দলের স্কোরের পার্থক্যের পরিমাণ বোঝা যাবে দুটি ওজাইভের মধ্যে বিভিন্ন বিন্দুর দূরত্ব থেকে। এই ওজাইভ দুটি থেকে আরও বোঝা যাচ্ছে যে বণ্টনের নীচের ও উপরের দিকের ছেলেদের ও মেয়েদের মধ্যে স্কোরের পার্থক্য বেশ উল্লেখযোগ্য। বণ্টনের দু'চারটি বিন্দু পরীক্ষা করলে এ সিদ্ধান্তটি আরও সমর্থিত হবে। যেমন, মেয়েদের বণ্টনের মিডিয়ান হল 32, ছেলেদের 42 এবং ছবিতে এই দূরত্বটি জানান হয়েছে AB রেখার দ্বারা। সেই রকম দুটি বণ্টনের Q_1 দুটি এবং Q_3 দুটির মধ্যে দূরত্বকে জানান হয়েছে যথাক্রমে CD ও EF রেখা দুটির দ্বারা।

তৃতীয়ত, ওজাইভের সাহায্যে পার্সেণ্টাইল নর্ম (Percentile Norm) বা শতাংশ বিন্দুর মান বার করা যায়। নর্ম বা মান কথাটির অর্থ হল কোন দলের কাজ বা কৃতিত্বের প্রতিনিধিমূলক একটি পরিমাপ। সাধারণত দলটির স্কোরের গাণিতিক মিন বা মিডিয়ানকেই এই মানরূপে ব্যবহার করা হয়। কিন্তু সময় সময় বিভিন্ন পার্সেণ্টাইল পয়েণ্টকেই এই মানের পরিমাপ বলে গ্রহণ করা হয়ে থাকে। উদাহরণ স্বরূপ, একটি ছেলে গণিতের পরীক্ষায় 63 পেয়েছে, ইংরাজীতে পেয়েছে 56। এখন এই স্কোরগুলি থেকে ছেলেটির গণিতে বা ইংরাজীতে সত্যকারের জ্ঞানের পরিমাপ করা সম্ভব নয়। অর্থাৎ অঙ্কে 63 স্কোর বা ইংরাজীতে 56 স্কোর তার অন্যান্য সহপাঠীদের তুলনায় ভাল, খারাপ না মাঝারি বা কতটুকু ভাল বা খারাপ বা মাঝারি তা জানার উপায় নেই। এখন ধরা যাক এই দুটি স্কোরের পার্সেণ্টাইল র‍্যাঙ্ক (PR) বার করে দেখা গেল যে 63'র PR হচ্ছে 43 এবং 56'র PR হচ্ছে 68। অর্থাৎ অঙ্কে ছেলেটির নীচে তার সহপাঠীদের 43% আছে এবং ইংরাজীতে তার নীচে আছে 68%। অতএব আমরা বলতে পারি যে সে অঙ্কে তেমন ভাল নয়, কিন্তু ইংরাজীতে সে বেশ ভালই।

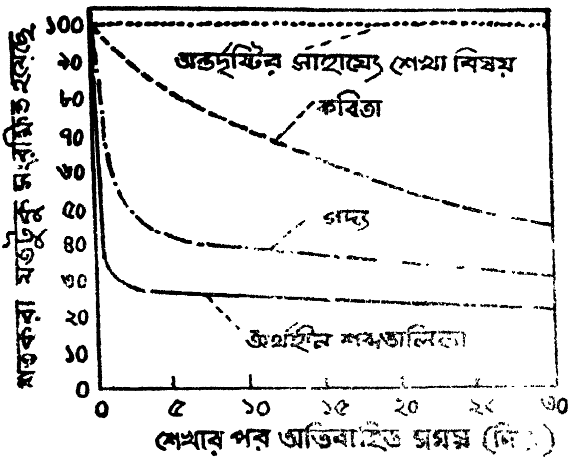
অন্যান্য চিত্রমূলক পদ্ধতি (Other Graphic Methods)

মনোবিজ্ঞানের পরীক্ষণ ও পর্যবেক্ষণ থেকে যে সব মূল্যবান তথ্য আমরা পাই সেগুলিকে চিত্রাকারে সাজালে আমাদের ব্যাখ্যা করার ক্ষেত্রে খুব সুবিধা হয়। মনোবিজ্ঞান ও অন্যান্য বিজ্ঞানে নানা প্রকৃতির চিত্র বহুল পরিমাণে ব্যবহৃত হয়ে থাকে, যেমন, রেখাচিত্র (Line Graph), বার চিত্র (Bar Graph), পাই চিত্র (Pie Diagram), ফ্রিকোয়েন্সী বহুভুজ (Frequency Polygon), হিস্টোগ্রাম বা স্তম্ভচিত্র (Histogram) ইত্যাদি। এগুলির সংক্ষিপ্ত বর্ণনা নীচে দেওয়া হল।

১। রেখা চিত্র (Line Graph)

পরের পাতার ছবিটিতে অর্থহীন শব্দ তালিকা, গদ্য, কবিতা ও অন্তর্দৃষ্টির সাহায্যে শেখা এই চার শ্রেণীর বিষয়বস্তুর ক্ষেত্রে আমরা কত সময়ের ব্যবধানে কতটা

মনে রাখতে পারি তার একটি রেখাচিত্র দেওয়া হয়েছে। এই চিত্রে দেখা যাচ্ছে যে 5 দিন পরে অর্থহীন শব্দ-তালিকার ক্ষেত্রে 30%, গদ্যের ক্ষেত্রে 42%, কবিতার ক্ষেত্রে



বিভিন্ন বিষয়বস্তুর ক্ষেত্রে আমাদের মনে রাখার পরিমাণের রেখাচিত্র

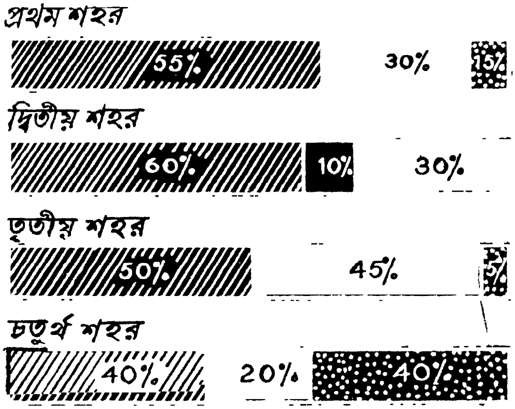
82% এবং অন্তর্দৃষ্টির সাহায্যে শেখা বস্তুর ক্ষেত্রে 100% আমরা মনে রাখি। এই ভাবে এই রেখাচিত্র থেকে 10, 15, 20 বা 30 দিন পরেও বিভিন্ন বিষয়বস্তুর ক্ষেত্রে কি পরিমাণ আমরা মনে রাখতে পারি তা জানা যায়।

২। বার চিত্র (Bar Graph)

মনোবিজ্ঞানে যখন কোন বিশেষ গুণ বা বৈশিষ্ট্য নিয়ে একের বেশী বস্তু বা ব্যক্তির মধ্যে তুলনা করতে হয় তখন বার গ্রাফ ব্যবহৃত হয়। যেমন, দেখা গেল 4টি শহরের অর্ধশিক্ষিত, অশিক্ষিত এবং উচ্চশিক্ষিত ব্যক্তির হার নিম্নরূপ ঃ

	অর্ধশিক্ষিত (শতকরা)	অশিক্ষিত (শতকরা)	উচ্চশিক্ষিত (শতকরা)
১ম শহর	55	30	15
২য় শহর	60	10	30
৩য় শহর	50	45	5
৪র্থ শহর	40	20	40

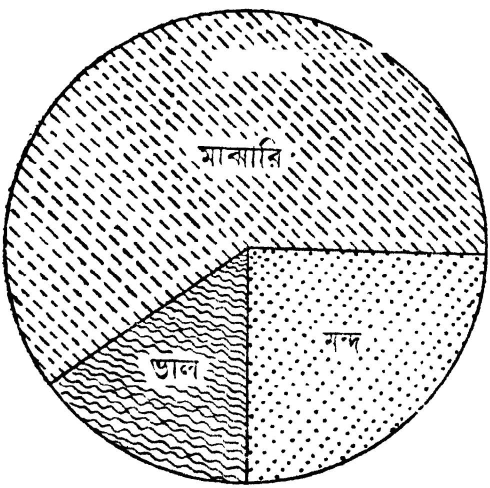
উপরে প্রদত্ত তথ্যগুলিকে আমরা অনায়াসে নীচের চিত্রটিতে রূপান্তরিত করতে পারি।



একেই বার চিত্র বা বার গ্রাফ বলা হয়।

৩। পাই চিত্র (Pie Diagram)

কোন পরিমাপ থেকে পাওয়া তথ্যকে আমরা আবার বৃত্তের আকারে প্রকাশ করতে পারি। একে পাই (Pie Diagram) বলে। একটি বৃত্তের কেন্দ্রের চারধারের কোণের সমষ্টি হয় 360°; বৃত্তের অন্তর্গত ক্ষেত্রটিকে 360টি কোণে ভাগ করা যায়। এইবার প্রদত্ত মোট সংখ্যাকে যদি ঐ বৃত্তের অন্তর্গত ক্ষেত্রের সমান বলে ধরা হয় তাহলে প্রত্যেকটি স্কোর বা সংখ্যাকে এই 360°'র অংশরূপে বিভক্ত করা যায়। যেমন, একটি ক্লাসের ছেলেদের উপর একটি ইংরাজীর অভীক্ষা দিয়ে দেখা গেল যে যারা ইংরাজীতে ভাল (অর্থাৎ যারা 60%'র বেশী মার্কস পেয়েছে) তারা 15%, যারা ইংরাজীতে মন্দ (অর্থাৎ যারা 30%'র কম মার্কস পেয়েছে) তারা 25%, আর যারা ইংরাজীতে মাঝারি (অর্থাৎ যারা 30% থেকে 60% মার্কস পেয়েছে) তারা 60%। এখন এই ফলাফলটিকেই পাই চিত্রে রূপান্তরিত



করলে আগের পাতার ছবিটি পাওয়া যাবে। বৃত্তের মোট 360°কে 100%'র সমান ধরে নিয়ে 60%'র জন্য 216°, 25%'র জন্য 90° এবং 15%'র জন্য 54°—এইভাবে তিনটি ভাগে ভাগ করা হল।

৪। **ফ্রিকোয়েন্সী পলিগন ও হিষ্টোগ্রাম ঃ** ইতিপূর্বে এই দুটি চিত্ররূপ নিয়ে বিশদ্ভাবে আলোচনা করা হয়েছে। পৃঃ ৯—পৃঃ ১২ দ্রষ্টব্য।

অনুশীলনী

1. স্কোর	ছেলে	মেয়ে
179—183	6	8
174—178	7	1
169—173	8	9
164—168	10	16
159—164	12	20
154—158	15	18
149—153	23	19
144—148	16	11
139—143	10	13
134—138	12	1
129—133	6	7
124—128	3	9
	N=128	N=139

(ক) উপরের দু গুচ্ছ স্কোরের দুটি ক্রমসমষ্টিমূলক ফ্রিকোয়েন্সী চিত্র (Cumulative frequency graph) অাঁক।

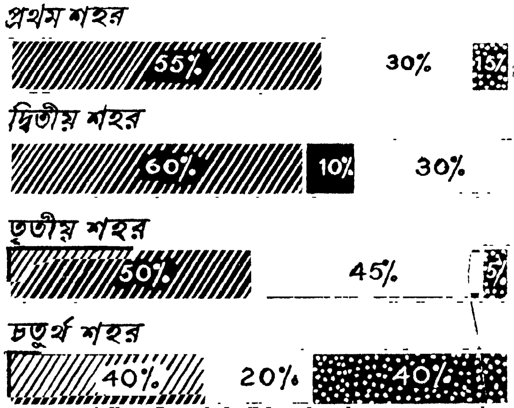
(খ) একই অক্ষের উপর ঐ দুটি বণ্টনের ওজাইভ অাঁক।

(গ) ঐ বণ্টন থেকে $P_{10}, P_{30}, P_{60}, P_{90}$, গণনার সাহায্যে নির্ণয় কর এবং পরে ওজাইভ চিত্র থেকে ঐগুলির মান নির্ণয় করে দুয়ের মধ্যে তুলনা কর।

(ঘ) দুটি বণ্টনের 155, 168, এবং 170 স্কোরের PR নির্ণয় কর।

(ঙ) প্রথম দলের কত শতাংশ দ্বিতীয় দলের মিডিয়ানের উপরে আছে বল।

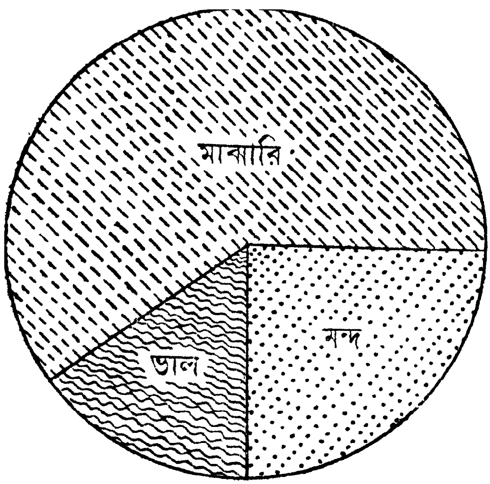
উপরে প্রদত্ত তথ্যগুলিকে আমরা অনায়াসে নীচের চিত্রটিতে রূপান্তরিত করতে পারি।



একেই বার চিত্র বা বার গ্রাফ বলা হয়।

৩। পাই চিত্র (Pie Diagram)

কোন পরিমাপ থেকে পাওয়া তথ্যকে আমরা আবার বৃত্তের আকারে প্রকাশ করতে পারি। একে পাই (Pie Diagram) বলে। একটি বৃত্তের কেন্দ্রের চারধারের কোণের সমষ্টি হয় 360°; বৃত্তের অন্তর্গত ক্ষেত্রটিকে 360টি কোণে ভাগ করা যায়। এইবার প্রদত্ত মোট সংখ্যাকে যদি ঐ বৃত্তের অন্তর্গত ক্ষেত্রের সমান বলে ধরা হয় তাহলে প্রত্যেকটি স্কোর বা সংখ্যাকে এই 360°'র অংশরূপে বিভক্ত করা যায়। যেমন, একটি ক্লাসের ছেলেদের উপর একটি ইংরাজীর অভীক্ষা দিয়ে দেখা গেল যে যারা ইংরাজীতে ভাল (অর্থাৎ যারা 60%'র বেশী



মার্কস পেয়েছে) তারা 15%, যারা ইংরাজীতে মন্দ (অর্থাৎ যারা 30%'র কম মার্কস পেয়েছে) তারা 25%, আর যারা ইংরাজীতে মাঝারি (অর্থাৎ যারা 30% থেকে 60% মার্কস পেয়েছে) তারা 60%। এখন এই ফলাফলটিকেই পাই চিত্রে রূপান্তরিত

করলে আগের পাতার ছবিটি পাওয়া যাবে। বৃত্তের মোট 360°কে 100%'র সমান ধরে নিয়ে 60%'র জন্য 216°, 25%'র জন্য 90° এবং 15%'র জন্য 54°—এইভাবে তিনটি ভাগে ভাগ করা হল।

৪। **ফ্রিকোয়েন্সী পলিগন ও হিষ্টোগ্রাম ঃ** ইতিপূর্বে এই দুটি চিত্ররূপ নিয়ে বিশদ্‌ভাবে আলোচনা করা হয়েছে। পৃঃ ৯—পৃঃ ১২ দ্রষ্টব্য।

অনুশীলনী

1. স্কোর	ছেলে	মেয়ে
179—183	6	8
174—178	7	1
169—173	8	9
164—168	10	16
159—164	12	20
154—158	15	18
149—153	23	19
144—148	16	11
139—143	10	13
134—138	12	1
129—133	6	7
124—128	3	9
	N=128	N=139

(ক) উপরের দু গুচ্ছ স্কোরের দুটি ক্রমসমষ্টিমূলক ফ্রিকোয়েন্সী চিত্র (Cumulative frequency graph) আঁক।

(খ) একই অক্ষের উপর ঐ দুটি বণ্টনের ওজাইভ আঁক।

(গ) ঐ বণ্টন থেকে $P_{10}, P_{30}, P_{60}, P_{90}$, গণনার সাহায্যে নির্ণয় কর এবং পরে ওজাইভ চিত্র থেকে ঐগুলির মান নির্ণয় করে দুয়ের মধ্যে তুলনা কর।

(ঘ) দুটি বণ্টনের 155, 168, এবং 170 স্কোরের PR নির্ণয় কর।

(ঙ) প্রথম দলের কত শতাংশ দ্বিতীয় দলের মিডিয়ানের উপরে আছে বল।

2. নীচের বণ্টনের একটি ওজাইভ অাঁক।

স্কোর	ফ্রিকোয়েন্সী
160—169	1
150—159	5
140—149	13
130—139	45
120—129	40
110—119	30
100—109	51
90—99	48
80—89	36
70—79	10
60—69	5
50—59	1
	N=285

নীচের স্কোরগুলির শতাংশ মান (Percentile norm) নির্ণয় কর।

95 90 80 70 60 50 40 30 20 10 5 এবং 1

3. এক শিক্ষার্থী গণিতের 30 জনের ক্লাসে ৬ষ্ঠ এবং ইংরাজীর 50 জনের ক্লাসেও ৬ষ্ঠ হয়েছে। এই দুটি বিষয়ে তার PR নির্ণয় কর।

4. ভারতের পাচটি শহরের জনসংখ্যার নিম্নলিখিত তথ্যের উপর একটি বার গ্রাফ অাঁক।

শহর	ব্যবসায়ী	চাকুরিরত	বেকার
কলিকাতা	49%	21%	30%
বোম্বাই	52%	26%	22%
তামিলনাড়ু	33%	34%	33%
কটক	22%	52%	26%
দিল্লী	32%	39%	29%

5. উপরের প্রতিটি শহরের জনসংখ্যার উপর একটি করে পাই চিত্র (Pie diagram) অাঁক।

সহপরিবর্তন (Correlation)

আমাদের আশেপাশে এমন দুটি বস্তু, ঘটনা বা বৈশিষ্ট্যের সংস্পর্শে আমরা প্রায়ই এসে থাকি যেগুলির ক্ষেত্রে দেখা যায় যে একটির মধ্যে কোন পরিবর্তন দেখা দিলে অপরটির মধ্যেও অনুরূপ পরিবর্তন দেখা দেয়। এ ধরনের ঘটনার নাম দেওয়া হয়েছে সহপরিবর্তন (Correlation)। যেমন, কোন দেশের বৃষ্টিপাতের কমাবাড়ার সঙ্গে সঙ্গে খাদ্যোৎপাদন কমে বাড়ে বা রাজনৈতিক স্থায়িত্বের কমাবাড়ার সঙ্গে সঙ্গে দেশের সাহিত্য ও শিল্পের সৃষ্টি কমে বাড়ে বা ব্যক্তির বুদ্ধি বেশী কম হওয়ার উপর অপরাধপ্রবণতার কমাবাড়া নির্ভর করে ইত্যাদি। এ সকল ক্ষেত্রেই দেখা যায় যে একটির মধ্যে কোনরূপ পরিবর্তন দেখা দিলে অপরটির মধ্যেও সঙ্গে সঙ্গে কিছুটা পরিবর্তন দেখা দেয়। পরিসংখ্যানে এই সহপরিবর্তনের মানকে r অক্ষর দিয়ে জ্ঞাপন করা হয়।

এখন এই পরিবর্তনের পরিমাণ নানা আয়তনের হতে পারে। একটি বৃত্তের ব্যাসের কমাবাড়ার সঙ্গে সঙ্গে তার পরিধি কমে বাড়ে। কিন্তু দেখা গেছে যে ব্যাসের দৈর্ঘ্য যেমন তেমন বাড়ান হোক না কেন বৃত্তের পরিধির সঙ্গে ব্যাসের অনুপাত সব সময়েই অপরিবর্তিত থাকে। বৃত্তের পরিধি ব্যাসের দৈর্ঘ্যের 3 গুণের কিছু বেশী হয়ে থাকে এবং এই অনুপাত কখনও বদলায় না। অতএব একটি বৃত্তের ব্যাস এবং পরিধির মধ্যে সহপরিবর্তনকে আমরা নিখুঁত বা পূর্ণ বলতে পারি। সাধারণত এই ধরনের ক্ষেত্রে সহপরিবর্তনের মান বা r'কে 1·00 দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

যেখানে দুটি ঘটনার মধ্যে কোন পরিবর্তনগত সম্বন্ধ নেই অর্থাৎ একটির মধ্যে পরিবর্তন ঘটলে অপরটির ক্ষেত্রে তার কোনরূপ প্রভাব বিস্তার করে না, সে সকল ক্ষেত্রে সহপরিবর্তনের মান বা r হল ·00 বা শূন্য। এখন নিখুঁত বা পূর্ণ সহপরিবর্তন ($r=1\cdot00$) এবং শূন্য সহপরিবর্তন ($r=\cdot00$)—এ দুই প্রান্তের মধ্যে নানা বিভিন্ন আয়তনের সহপরিবর্তন ঘটতে পারে এবং সেগুলিকে বিভিন্ন সংখ্যা দিয়ে জ্ঞাপন করা হয়ে থাকে। যেমন, পূর্ণ সহপরিবর্তনের চেয়ে কিছু কম হল ·95 বা ·90 মানসম্পন্ন সহপরিবর্তন, ঠিক মাঝামাঝি সহপরিবর্তনের সূচক হল ·50 সহপরিবর্তন এবং অল্প সহপরিবর্তনের সূচক মান হল ·30, ·25, ·15 ইত্যাদি। 1·00 থেকে ·00'র মধ্যবর্তী সহপরিবর্তনগুলিকে ধনাত্মক (Positive) বলা হয়। এর অর্থ এই যে দুটি বস্তু বা ঘটনার মধ্যে পরিবর্তনটি সমমুখী অর্থাৎ একটির বৃদ্ধির সঙ্গে সঙ্গে আর একটির মধ্যে বৃদ্ধি দেখা দেয় এবং একটির হ্রাসের সঙ্গে আর একটির মধ্যে হ্রাস দেখা দেয়।

উদাহরণস্বরূপ যারা বুদ্ধির অভীক্ষায় ভাল ফল দেখায় তারা স্কুল কলেজের পরীক্ষাতেও ভাল ফল দেখায় এবং যারা বুদ্ধির অভীক্ষায় মন্দ ফল দেখায় তারা স্কুল কলেজের পরীক্ষাতেও মন্দ ফল দেখায়। এখানে বুদ্ধি ও পরীক্ষার সাফল্যের মধ্যে সহপরিবর্তনটা ধনাত্মক বা সমমুখী।

তেমনই সহপরিবর্তন আবার ঋণাত্মকও (Negative) হতে পারে। যেখানে দুটি বস্তু বা ঘটনার মধ্যে সহপরিবর্তন বিপরীতমুখী সেখানে ঋণাত্মক সহপরিবর্তন আছে বলা হয়। যেমন, শিক্ষা এবং অপরাধপ্রবণতা—এ দু'য়ের মধ্যে ঋণাত্মক সহ-পরিবর্তন আছে। শিক্ষা বাড়লে দেশে অপরাধপ্রবণতা কমে। শিক্ষা কমলে অপরাধপ্রবণতা বাড়ে। ঋণাত্মক সহপরিবর্তন জ্ঞাপন করা হয় বিয়োগচিহ্নের সাহায্যে। পূর্ণ ঋণাত্মক সহপরিবর্তনের মান হল $-1 \cdot 00$; $\cdot 00$ থেকে $-1 \cdot 00$'র মধ্যে নানা বিভিন্ন আয়তনের ঋণাত্মক সহপরিবর্তনের ক্ষেত্র থাকতে পারে। যেমন, $-\cdot 82$, $-\cdot 64$, $-\cdot 13$ ইত্যাদি।

অতএব দেখা যাচ্ছে যে পূর্ণ ধনাত্মক সহপরিবর্তনের মান হল $1 \cdot 00$ এবং পূর্ণ ঋণাত্মক সহপরিবর্তনের মান হল $-1 \cdot 00$। এই দুই চরম প্রান্তের মধ্যে অর্থাৎ $+1 \cdot 00$ এবং $-1 \cdot 00$'র মধ্যে বিভিন্ন পরিমাণ ও বিভিন্ন প্রকৃতির সহপরিবর্তন থাকতে পারে। সাধারণত পূর্ণ সহপরিবর্তনের দৃষ্টান্ত বাস্তবে দেখতে পাওয়া যায় না বললেই চলে, যা সাধারণত পাওয়া যায় তা দুই প্রান্তের মধ্যবর্তী কোন মান যেমন, $\cdot 79$, $-\cdot 32$, $\cdot 50$, $-\cdot 62$ ইত্যাদি মানের সহপরিবর্তনগুলি।

সাধারণত মনোবিজ্ঞানে সহপরিবর্তনের মান নির্ণয় করা হয় কোন একটি বিশেষ বৈশিষ্ট্য বা গুণের দিক দিয়ে দুটি দলের মধ্যে। কিংবা দুটি বিভিন্ন বৈশিষ্ট্য বা গুণের দিক দিয়ে একটি দলের মধ্যে। যেমন, সৌন্দর্যবোধের দিক দিয়ে একদল শ্রমিক ও একদল বুদ্ধিজীবীর মধ্যে কি সম্বন্ধ বা অফিস পরিচালনার কুশলতার দিক দিয়ে একদল ছেলে ও একদল মেয়ের মধ্যে কি সম্বন্ধ ইত্যাদি নির্ণয় করা যেতে পারে সহপরিবর্তনের মান নির্ণয়ের মাধ্যমে। তেমনই এক দল ছেলের মধ্যে ইংরাজীর জ্ঞান এবং ইতিহাসের জ্ঞানের দিক দিয়ে বা উচ্চতা এবং ওজনের দিক দিয়ে কিংবা বুদ্ধি এবং স্মৃতির দিক দিয়ে কি সম্বন্ধ তাও নির্ণয় করা যেতে পারে সহপরিবর্তনের মান নির্ণয়ের মাধ্যমে।

উদাহরণ—১। দশটি ছেলেকে একটি বুদ্ধির অভীক্ষা এবং একটি স্মৃতির অভীক্ষা দেওয়া হল। তারা নিম্নলিখিত স্কোরগুলি পেল, যথা—

	ক	খ	গ	ঘ	ঙ	চ	ছ	জ	ঝ	ঞ
বুদ্ধির স্কোর	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
স্মৃতির স্কোর	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14